UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

Faculté d'éducation

Création d'une banque d'outils pour soutenir le développement de la pensée algébrique au primaire afin de favoriser la transition vers les apprentissages mathématiques du secondaire

par

Julie Ainsley

Essai présenté à la Faculté d'éducation

dans le cadre de l'activité pédagogique

MAS 854 Essai

Maîtrise en adaptation scolaire et sociale

Janvier 2021

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

Faculté d'éducation

Création d'une banque d'outils pour soutenir le développement de la pensée algébrique au primaire afin de favoriser la transition vers les apprentissages mathématiques du secondaire

par

Julie Ainsley

a été évaluée par un jury composé des personnes suivantes :

Adolphe Adihou Université de Sherbrooke	Directeur de la recherche
Falappa Patricia Adriana Université de Sherbrooke	Membre du jury

Essai accepté le 1er mars 2021

SOMMAIRE

Puisque de nombreuses difficultés liées à l'apprentissage de l'algèbre chez les élèves du secondaire ont été observées, cette étude porte sur le développement de la pensée algébrique au primaire, soit avant l'arrivée de la « lettre » dans le parcours mathématique des élèves. Peu d'études se sont concentrées sur l'analyse des ressources qui ont le potentiel de favoriser le développement de la pensée algébrique. Il existe donc un besoin d'outiller les enseignants du primaire qui désirent faciliter la transition d'un mode de pensée arithmétique à algébrique.

La définition de l'apprentissage de l'algèbre, l'énumération des conditions essentielles au développement de la pensée algébrique ainsi que l'identification des éléments en favorisant son intégration au primaire constituent les éléments principaux du cadre conceptuel de cette étude. L'objectif principal de recherche était de répertorier une banque d'outils mathématiques à l'intention des enfants du primaire permettant de développer des compétences mathématiques en algèbre par des activités ludiques de généralisation et de manipulation afin de faciliter la transition vers les apprentissages mathématiques du secondaire. Les activités, applications et jeux interactifs choisis ont démontré le potentiel de contribuer au développement de la pensée algébrique des enfants du primaire, sans toutefois avoir a priori une vocation mathématique.

Après avoir recensé une liste exhaustive de ressources, une analyse approfondie a été faite afin de déterminer le potentiel algébrique de chacune d'elle. Une grille d'analyse a été utilisée rigoureusement afin de produire un site Internet regroupant les ressources retenues. Pour les enseignants du primaire, ce site Internet constituera une ressource fiable, facilement accessible et supportée par des repères théoriques afin de soutenir le développement de la pensée algébrique.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES FIGURES

LISTE DES ABRÉVIATIONS, DES SIGLES ET DES ACRONYMES

BASS	Baccalauréat en adaptation scolaire et sociale
BEPP	Baccalauréat en enseignement préscolaire et primaire
CSRS	Commission scolaire de la Région-de-Sherbrooke
GRMS	Groupe des Responsables en Mathématiques au Secondaire
MELS	Ministère de l’Éducation, du Loisir et du Sport
TIC	Technologies de l’information

REMERCIEMENTS

Tout d'abord, je tiens à remercier mon directeur de recherche, le professeur Adolphe Adihou, qui m'a soutenue et aiguillée tout au long du long processus d'élaboration de cet essai. Merci pour vos commentaires pertinents, vos rétroactions, vos propositions de modifications et vos nombreuses pistes de réflexion. J'ai également apprécié votre enthousiasme et votre intérêt envers ma recherche. Même si je me suis souvent sentie « comme un enfant dans la cour des grands » lors de nos discussions, vous m'avez toujours fait sentir compétente et à ma place.

Je tiens également à remercier Sandy Nadeau, chargée de cours de *MAS853 Séminaire sur l'essai*. Sa rétroaction et ses nombreux commentaires m'ont aidée à mieux structurer mon essai et à assurer la présence d'un fil conducteur tout au long de l'élaboration du projet.

J'aimerais souligner l'apport d'Olivier Brisson et d'Elisa Morrissette, des collègues en or, qui ont su utiliser leur expertise d'enseignants de mathématiques et de parents afin d'évaluer la banque d'outils créée dans le cadre de cette recherche.

Finalement, je remercie tout spécialement mon amie et collègue, autant au travail qu'à la maîtrise, Valérie Côté. Son écoute, nos partages, sa collaboration, nos nombreuses discussions et son soutien au quotidien tout au long de la maîtrise et de l'élaboration de cet essai m'ont permis de me sentir accompagnée et encouragée. Sa présence m'a réellement permis de persévérer.

INTRODUCTION

L'algèbre est une branche abstraite des mathématiques qui, grâce à ses propriétés de généralisation, permet notamment de résoudre des problèmes dans différents domaines tels que l'informatique, l'administration, l'ingénierie, les mathématiques pures ou simplement les problèmes de la vie courante. Bien que très utile et pertinente, son apprentissage ne se déroule toutefois pas sans embûches. Comme discuté dans de nombreuses études et à partir de mes observations en tant qu'enseignante de mathématiques au premier cycle du secondaire, force est de constater l'ampleur des difficultés dans le développement de la pensée algébrique au secondaire. Devant cette impasse, certains enseignants repoussent le plus longtemps possible l'intégration du caractère abstrait des mathématiques ou ont tendance à glisser trop vite dans le formalisme et l'apprentissage de « trucs mathématiques » pour résoudre les problèmes algébriques plutôt que d'investir du temps à favoriser une réelle compréhension des concepts (Dieudonné, 1955; Adihou et Marchand, 2010; 2014; 2018). Pour ces raisons, il y a certainement lieu de se pencher sur les outils qui peuvent préparer les élèves à l'apprentissage de l'algèbre dès le primaire.

Le type d'essai retenu est une recherche qualitative descriptive dont l'objectif est le développement d'un objet pédagogique, plus précisément la recension de matériels didactiques existants. Cela se traduira par la création d'un site Internet répertoriant des ressources qui, sans nécessairement avoir a priori une vocation mathématique, auront été évaluées rigoureusement et qui auront été catégorisées comme des activités soutenant le développement de la pensée algébrique. Cette banque d'outils sera créée afin de permettre aux enseignants et aux parents intéressés d'introduire l'algèbre sous forme de jeux aux enfants du primaire, bien avant qu'elle ne leur soit enseignée concrètement au secondaire. En plus de l'apport riche en articles, mémoires de recherches et autres études fournies par le directeur cet essai, les banques de données PsycINFO, Erudit, Eureka, ERIC et Google Scholar ont été consultées afin de documenter le sujet.

L'essai sera présenté, défini et analysé à l'aide de cinq chapitres principaux, soit la problématique, le cadre conceptuel, la méthodologie, la présentation des résultats et la discussion. Pour conclure, les limites et les retombées de l'étude seront soulevées.

PREMIER CHAPITRE. PROBLÉMATIQUE

Dans le but d'introduire l'étude, le contexte de la recherche présentera l'état de la situation actuelle dans les écoles par rapport à l'apprentissage de l'algèbre. Ensuite, la problématisation permettra d'aborder les connaissances empiriques sur le sujet en faisant une recension des écrits disponibles à ce jour et en en relevant les convergences et divergences entre les auteurs. De plus, le problème de recherche sera introduit afin de démontrer l'écart existant entre la situation et les connaissances actuelles (Fortin et Gagnon, 2015). Pour conclure la présentation de la problématique, la question générale et les questions spécifiques de recherche seront explicitées.

1. CONTEXTE DE LA RECHERCHE

Au primaire, les élèves doivent acquérir des connaissances préparatoires à l'apprentissage de l'algèbre grâce à diverses activités mathématiques. Ils apprennent donc à trouver des termes manquants par l'utilisation des propriétés des opérations, à s'approprier le sens des relations d'égalité et d'équivalence, à respecter les priorités d'opérations et à rechercher des régularités (Gouvernement du Québec, 2016). Ces connaissances préalables permettent aux élèves, lors du premier cycle du secondaire, de passer de la pensée arithmétique à la pensée algébrique. Toutefois, l'algèbre est souvent considérée comme le mouton noir des mathématiques à cause des grandes difficultés qui y sont associées. En effet, plusieurs élèves entretiennent une opinion négative par rapport à l'algèbre, ce qui entraîne souvent un manque de motivation et d'engagement qui se traduit bien souvent par des difficultés scolaires. Que ce soit dans le domaine de la résolution d'équations, de la manipulation d'expressions algébriques ou de la résolution de problèmes algébriques, de nombreuses études ont démontré les difficultés rencontrées par les élèves à différents niveaux scolaires (Marchand et Bednarz, 1999). Entre autres, les élèves peinent à généraliser et à transférer leurs connaissances lors de la résolution de problèmes algébriques.

D'ailleurs, dans le cadre de mes fonctions, j'ai eu l'occasion d'observer fréquemment des élèves vivant des difficultés dans l'apprentissage de l'algèbre. Étant enseignante de mathématiques en deuxième secondaire dans une école publique et également enseignante ressource auprès d'élèves en difficulté dans des classes régulières du premier cycle, j'ai l'opportunité d'être au cœur de l'introduction de l'algèbre, car celle-ci se déroule principalement en deuxième secondaire. Chaque année, autant dans les groupes réguliers qui sont plus faibles que dans les groupes à vocation particulière (groupes sport-études ou santé globale) qui sont académiquement plus forts, je remarque beaucoup de difficultés et de réticence dans le passage du mode de pensée arithmétique à algébrique.

J'ai également eu l'occasion d'analyser des examens autodiagnostiques de mathématiques d'étudiants au BASS ainsi que de leur fournir de l'aide en sous-groupes. Cela m'a donné accès à un point de vue très particulier, soit l'observation de l'acquisition des connaissances et du développement des compétences algébriques des étudiants quelques années après la fin de leur parcours scolaire du secondaire. J'ai malheureusement constaté des difficultés importantes chez la grande majorité des étudiants. Ils raisonnaient comme s'ils avaient tout oublié. Cela m'amène à me questionner sur la durabilité des connaissances et sur l'utilité que les étudiants font de l'algèbre dans leur vie quotidienne. Les connaissances et les compétences algébriques de ces étudiants pourraient donc être qualifiées de peu développées et de peu transférables dans d'autres contextes que les cours de mathématiques du secondaire.

Bref, les observations que j'ai pu faire dans les deux contextes présentés plus haut au sujet des difficultés vécues dans l'apprentissage de l'algèbre reflètent les mêmes problèmes qui sont évoqués dans la littérature. Il s'agit d'ailleurs du contenu présenté dans la prochaine section, soit la problématisation.

2. PROBLÉMATISATION

Le thème de la recherche concerne les difficultés d'apprentissage de l'algèbre au secondaire. Plusieurs auteurs se sont penchés sur les difficultés que les élèves rencontrent dans l'introduction de l'algèbre partout dans le monde (Bednarz et Dufour-Janvier, 1992; Jeannotte, 2005; Kieran, 1991). Il est donc pertinent de comprendre ce qu'implique le passage du mode de pensée arithmétique à algébrique et de répertorier les principales erreurs ou difficultés vécues lors de l'apprentissage de l'algèbre.

2.1 Passage de la pensée arithmétique à la pensée algébrique

Pour les apprenants, le passage d'un mode de pensée arithmétique à un mode de pensée algébrique pose problème (Vergnaud, Cortes et Favres-Artigue, 1988 ; Kieran, 1992). Certains didacticiens voient un moment de rupture, un saut cognitif lors de cette transition (Lefebvre, 1992). Au lieu d'utiliser des stratégies algébriques, un grand nombre d'élèves préfèrent utiliser des stratégies arithmétiques ou recourent à une méthode par essais et erreurs dans la résolution de problèmes, soit parce qu'ils appliquent des procédures apprises en classe sans en comprendre la signification, parce qu'ils ont de la difficulté à opérer sur l'inconnue ou parce qu'ils ne voient pas la pertinence de recourir à l'algèbre alors qu'elle permettrait de résoudre efficacement le problème (Provencher et Vincent, 2004).

Il existe beaucoup de discontinuités entre le raisonnement arithmétique et le raisonnement algébrique (Squalli, Dumont et Tanguay, 2002). Une procédure est dite arithmétique lorsque la démarche de résolution est de type synthétique, c'est-à-dire qu'un appui a été pris sur des nombres connus, alors qu'elle est qualifiée d'algébrique lorsqu'une approche analytique est utilisée, ce qui implique que la démarche de résolution est appuyée sur un nombre inconnu représenté par une lettre, par exemple (Schmidt, 1996). Il y a des limites dans l'approche voulant introduire l'algèbre sur les bases de l'arithmétique, car bien que l'analogie soit parfois possible, il faut éviter de tomber dans le piège du transfert direct des méthodes apprises en arithmétique dans l'algèbre. La naissance du courant *Early Algebra* a d'ailleurs pris naissance en réaction à ce phénomène. Il sera défini ultérieurement dans le cadre conceptuel.

2.2 Types d'erreurs ou de difficultés rencontrées dans l'apprentissage de l'algèbre

Les erreurs ou les difficultés rencontrées dans l'apprentissage de l'algèbre proviennent majoritairement d'une faible maîtrise des règles de base, d'une conception erronée de la relation d'égalité, du manque de recours aux généralisations, d'une mauvaise compréhension des trucs mathématiques ou autres.

2.2.1 Signification des règles de base

L'analyse des méthodes de résolution des élèves lors de problèmes mathématiques nécessitant l'utilisation de l'algèbre montre que plusieurs d'entre eux ne maîtrisent pas suffisamment la signification des règles reliées à la démarche algébrique (Provencher et Vincent, 2004). Les élèves du début du secondaire semblent avoir une compréhension superficielle des techniques algébriques et des concepts de base (Vlassis, Demonty et Squally, 2017). L'application des règles de base concerne, entre autres, les propriétés d'opérations, la manipulation de la variable et des expressions algébriques et la résolution d'équations (Marchand et Bednarz, 1999). De plus, Schliemann, Carraher et Brizuela (2012) ont recensé des erreurs importantes dans le raisonnement algébrique, soit la mauvaise compréhension de la signification des lettres utilisées comme variables et le refus d'accepter une expression algébrique comme solution à un problème. Cela démontre donc une incompréhension de la relation d'égalité.

2.2.2 Relation d'égalité

Au primaire, les enfants construisent des conceptions limitées du signe « = » puisque ce dernier n'est pas enseigné comme un indicateur de relation (Theis, 2005). Plusieurs élèves voient davantage le signe d'égalité comme étant un opérateur ou l'indicateur d'un résultat plutôt que l'indicateur d'une équivalence (Provencher et Vincent, 2004; Theis, 2005). Cette mauvaise représentation, fortement enracinée même chez les enfants du début du primaire et provenant de la façon dont les mathématiques leur sont enseignées, engendre principalement deux types de difficultés lorsque les élèves sont confrontés à la notation algébrique : ils ont du mal à travailler avec des égalités non conventionnelles et ils éprouvent des difficultés importantes à compléter des équations (Theis, 2005). Donc, les élèves qui entretiennent cette pensée peinent à travailler sur des égalités qui ont une structure différente que « a + b = c ». Ils ont donc de la difficulté à résoudre des équations contenant des variables des deux côtés du signe d'égalité (Schliemann et al., 2012).

2.2.3 Généralisation

Certaines recherches ont soulevé le fait que, lors de la résolution d'équations, plusieurs élèves éprouvent de la difficulté à opérer sur la variable inconnue et utilisent une méthode par essais et erreurs (Adihou, Squalli, Saboya, Tremblay et Lapointe, 2015). L'accent serait trop mis sur le raisonnement algébrique et non sur un passage signifiant au symbolisme (Marchand et Bednarz, 1999). Bien qu'ils soient capables d'appliquer les règles algébriques, plusieurs élèves ne voient pas en l'algèbre un outil leur permettant d'exprimer des généralisations (Arcavi, Friedlander et Hershkowitz, 1989). Cet aspect sera approfondi plus loin dans le cadre conceptuel.

2.2.4 Trucs mathématiques

Certaines difficultés découlent également des trucs mathématiques en algèbre qui, lorsqu'ils sont enseignés directement et non construits directement par les élèves, viennent à l'encontre du développement de raisonnements mathématiques et ne génèrent pas d'apprentissages significatifs (Adihou et Marchand, 2014). D'ailleurs, plusieurs auteurs ont montré que les élèves vont souvent résoudre les équations de façon automatique, sans être conscients des manipulations qu'ils exécutent (Mevarech et Yitschak, 1983; Kieran, 1984 et Brown et al, 1988 cité dans Provencher et Vincent, 2004).

2.2.5 Autres

Certains élèves ont des raisonnements inefficaces, inachevés ou erronés (Provencher et Vincent, 2004). La résolution de problèmes est également difficile (Marchand et Bednarz, 1999). Et qu'en est-il des élèves qui réussissent? Malheureusement, leur compréhension semble souvent lacunaire si l'on porte attention à leurs démarches, explications et justifications lorsqu'on leur demande d'expliquer leur raisonnement (Provencher et Vincent, 2004).

Tous les éléments nommés dans cette section font partie intégrante du développement de la pensée algébrique, c'est pourquoi elles sont des préoccupations importantes pour les chercheurs.

3. PROBLÈME DE RECHERCHE

Le problème de recherche met en lumière l'écart existant entre la situation problématique présentée et les connaissances actuelles sur l'apprentissage de l'algèbre. Il consiste également en l'orientation prévue de la recherche pour pallier ce manque de connaissances (Fortin et Gagnon, 2015). Il sera justifié par sa pertinence éducative, sociale et scientifique.

3.1 Problème de recherche

L'algèbre est beaucoup plus que la généralisation de l'arithmétique; elle est un véhicule pour résoudre des problèmes, elle fournit des moyens pour décrire et analyser des relations et elle constitue la base pour catégoriser et comprendre les structures mathématiques (Usiskin, 1999). Pour ces raisons, il est peu surprenant qu'elle occupe une place si importante dans le curriculum des mathématiques au secondaire. Considérant l'ampleur des difficultés liées à l'apprentissage de l'algèbre, il est surprenant de constater que peu d'études se sont concentrées sur l'analyse les ressources déjà existantes qui ont le potentiel de favoriser le développement de la pensée algébrique avant l'arrivée de la « lettre » dans le parcours mathématique des élèves et avant l'utilisation de l'algèbre dans la mise en équation, la résolution et l'approche fonctionnelle. Il existe probablement de nombreuses ressources qui détiennent ce potentiel. Pourtant, au Québec, il semble que personne ne s'est intéressé à les identifier et à les analyser.

Ce manque d'accompagnement des enseignants au niveau didactique dans la transition du mode arithmétique à algébrique correspond également à la transition du primaire au secondaire. Cela fait ressortir le besoin d'accéder à des ressources diversifiées pour les enseignants ou même les parents d'enfants du primaire qui désirent faciliter cette transition.

3.2 Pertinence sociale

Usiskin (1999) discute de « […] la nécessité de faire face dans la scolarité de base aux besoins d'une mathématique citoyenne, sur la nécessité de renforcer les liens entre mathématiques et autres disciplines, ce qui nécessairement impose des processus de modélisation mathématique. » (p. 6) Puisque ces éléments supposent d'autres fonctionnalités de l'algèbre et d'autres leviers pour son enseignement, une entrée plus progressive dans son apprentissage est suggérée (Usiskin, 1999). En plus de faciliter le partage d'information, Hitt, Saboya et Cortés (2017 cités dans Venant et Migneault, 2017) soulignent que les dispositifs technologiques ont une influence dans le développement de la pensée « arithmético-algébrique » et dans la motivation, ce qui justifie l'intégration des TIC dans la banque d'outils qui sera créée.

Il y a manifestement un besoin d'aider les élèves dans ce passage au mode de pensée algébrique. L'intention derrière la recherche n'est pas de mener à de nouvelles pratiques professionnelles par rapport au développement de la pensée algébrique au primaire, mais d'outiller autant les parents que les enseignants qui désirent bien préparer leurs enfants ou élèves dans leur transition au secondaire et au mode de pensée algébrique. D'ailleurs, l'une des forces du projet est de rendre la ressource facilement accessible aux parents désirant s'impliquer dans le parcours scolaire de leurs enfants. La collaboration de la communauté et des parents apporte son lot de bénéfices dans la réussite éducative de l'élève. En effet, il est prouvé que l'engagement parental favorise le succès scolaire, le sentiment d'appartenance, la participation et le développement d'attitudes favorables chez les élèves (Deslandes, 1999).

3.3 Pertinence éducative

Les enseignants du secondaire sont nombreux à être préoccupés par les difficultés rencontrées par leurs élèves pendant l'apprentissage de l'algèbre. Considérant que le développement de la pensée algébrique est une sorte de passage obligé afin d'accéder aux nombreuses applications de l'algèbre menant, entre autres, à l'analyse de situations à l'aide des différentes fonctions réelles en 4^e^ et 5^e^ secondaire, il demeure primordial de trouver des solutions pour faciliter son apprentissage dès son introduction et d'éviter ainsi les nombreuses erreurs commises dans les règles de base de la manipulation d'expressions algébriques et dans la résolution d'équations (Gouvernement du Québec, 2016). La création de l'outil se veut donc une solution pour faciliter la progression des apprentissages algébriques des élèves.

De plus, la façon dont l'enseignement de l'algèbre est perçu et mis en œuvre peut varier d'un enseignant à l'autre et peut être interprétée différemment. Lorsque les enseignants réfléchissent à l'apprentissage de l'algèbre de leurs élèves, ils se réfèrent, entre autres, aux situations et aux approches qui permettent de donner du sens selon eux. L'outil qui sera développé dans le cadre de cette recherche sera donc très utile auprès des enseignants du primaire qui désirent préparer le développement de la pensée algébrique chez les enfants du primaire, qui cherchent un soutien éducatif pertinent et qui se sentent démunis devant cette tâche importante et délicate.

Marchand et Bednarz (2000) ont démontré l'impact du type de matériel didactique utilisé sur l'engagement dans l'algèbre. Au Québec, aucun matériel didactique explicite n'est conçu afin de favoriser le développement de la pensée algébrique au primaire. Même s'ils ne sont pas nécessairement de type didactique, les outils qui seront recherchés dans le cadre de cet essai auront une pertinence éducative puisqu'ils pallieront un manque de ressource dans le curriculum mathématique au niveau du développement de la pensée algébrique.

Les activités proposées dans la banque d'outils seront présentées sous forme de jeux. La position institutionnelle à l'égard du jeu a beaucoup changé. Elle a longtemps considéré le jeu comme une activité oisive, improductive et malsaine (Haye et Bronner, 2020). Or, le rapport Villani-Torossian a démontré qu'« En travaillant les fondamentaux par une approche différente, le jeu contribue lui aussi à la formation mathématique des élèves » (Villani et Torossian, 2018, p. 58). Haye et Bronner (2020) ont discuté de trois types de jeux possibles à utiliser en fonction des apprentissages visés : le jeu où l'apprentissage visé fournit la stratégie optimale et dans lequel il perd tout intérêt ludique une fois l'apprentissage réalisé, le jeu où les règles, le matériel et les actions des joueurs permettent de mobiliser des objets mathématiques et dont l'intérêt ludique augmente en fonction du niveau de maîtrise de plus en plus grand et, finalement, le jeu dans lequel le joueur ne manipule pas des objets mathématiques explicites et qui concerne des compétences plus générales comme la logique ou le raisonnement. De plus, Haye et Bronner (2020) croient qu'une activité peut être considérée comme un jeu vecteur d'apprentissage si elle remplit les conditions suivantes : être un *game* (structure et règles du jeu), détenir un potentiel ludique fort qui se traduit lors de la mise en oeuvre par un *play* (pratique réelle du *game* générant du plaisir) satisfaisant chez les élèves et posséder un potentiel d'apprentissage important. De plus, bien qu'il varie énormément en fonction de la culture, les populations et les personnes, le potentiel ludique, qui consiste en la propension d'une activité à être considérée comme un jeu, permet de distinguer parmi des *games* lesquelles seront le plus probablement être des jeux pour les élèves. Les travaux de Haye et Bronner (2020) apportent une pertinence didactique à ce projet en supportant l'utilisation des jeux comme vecteurs d'apprentissage en soutenant la motivation des élèves.

3.4 Pertinence scientifique

La pertinence de cette recherche se situe principalement au niveau social et éducatif. L'objectif de l'étude présentée n'est pas de faire naître de nouvelles connaissances, mais bien d'utiliser celles déjà reconnues, prouvées ou démontrées dans le domaine scientifique de l'apprentissage de l'algèbre pour soutenir la validité de ce qui est avancé et pour aider à construire les bases essentielles de notre outil (éléments essentiels à considérer au niveau du développement de la pensée algébrique, recension des jeux/activités, grille d'analyse, justification du potentiel, etc.).

4. QUESTION DE RECHERCHE

La question qui découle du problème de recherche est la suivante : « Quels sont les outils, les activités, les situations et les jeux interactifs en ligne qui ont le potentiel de contribuer au développement de la pensée algébrique des enfants du primaire, mais qui a priori n'ont pas nécessairement cette vocation? » Définir la problématique et la question spécifique de recherche consiste en deux étapes primordiales pour aborder et alimenter la réflexion par rapport à de nombreux aspects qui feront partie de la recherche, notamment le cadre conceptuel et la méthodologie.

DEUXIÈME CHAPITRE. CADRE CONCEPTUEL

Afin de mieux comprendre d'où proviennent les nombreuses difficultés et erreurs rencontrées dans le passage au mode de pensée algébrique, il est important d'établir et définir les principaux concepts qui sont reliés à l'apprentissage de l'algèbre. Le cadre de recherche approprié à l'élaboration de l'essai est le cadre conceptuel puisqu'il existe peu de recherches sur l'aspect concret (activités, exercices, jeux, etc.) du développement de la pensée algébrique au primaire. En effet, bien que les auteurs s'intéressent à l'introduction de l'algèbre de façon informelle dès le primaire, les recherches actuelles proposent ou ont analysé très peu de matériel didactique pour supporter les enseignants qui désirent se pencher sur le sujet. Définir le cadre conceptuel consistera à décrire les concepts de base reliés à l'apprentissage de l'algèbre, les caractéristiques essentielles à l'activité algébrique et les éléments favorisant~~s~~ son développement au primaire. L'établissement de liens entre les concepts fera également partie du cadre conceptuel afin de lui donner une structure logique, de permettre de définir les variables, de préciser le problème et les questions de recherche et d'interpréter les résultats (Fortin et Gagnon, 2015).

1. L'APPRENTISSAGE DE L'ALGÈBRE

Tout d'abord, il est important d'établir les bases de notre recherche en définissant l'apprentissage de l'algèbre. Le programme de formation de l'école québécoise préconise d'introduire l'algèbre par une double voie, soit par la proposition de situations signifiantes de généralisation et par l'introduction au raisonnement analytique dans le cadre de la résolution de problèmes (Gouvernement du Québec, 2006). Adihou et al. (2015) et Squalli (2015) pensent également que l'introduction de l'algèbre doit passer par le développement de ces deux composantes essentielles de la pensée algébrique : les habiletés à généraliser qui facilitent la mise en équation ou en proportion afin de résoudre des problèmes, et les aptitudes à raisonner de manière analytique qui favorisent la capacité à symboliser (Adihou et al., 2015; Gouvernement du Québec, 2006; Squalli, 2015). Ces deux voies visent également une meilleure compréhension de l'algèbre par les élèves, une meilleure perception de sa pertinence et une augmentation du taux de réussite.

Cette section comprendra donc les éléments principaux reliés à l'apprentissage de l'algèbre. Afin de discuter des deux composantes énumérées précédemment, il importe de définir d'abord ce en quoi consiste l'inconnue. Ensuite, une comparaison des trois types de raisonnements mathématiques (raisonnement arithmétique, algébrique et analytique) et une description de la généralisation seront présentées.

1.1 L'inconnue

Selon Squalli (2005), opérer sur l'inconnue, c'est réfléchir sur les opérations, les généralisations et non sur les objets. C'est d'ailleurs ce qui distingue l'arithmétique de l'algèbre. En algèbre, l'inconnue permet de décrire une propriété par une ou plusieurs valeurs qui, en prenant la place cette inconnue, vérifient l'équation. Ces valeurs sont souvent des nombres. Bien que l'inconnue puisse être représentée autrement, soit par un mot, un symbole, du matériel concret, un dessin, etc., l'inconnue est la plupart identifiée par une variable. Cette dernière, représentant toujours un nombre indéterminé, est généralement identifiée par une lettre (ex. : x, y, z) et est utilisée fréquemment dans les formules, les polynômes et les équations.

Usiskin (1999) propose quatre conceptions de l'algèbre en fonction du type d'utilisation de la variable : l'algèbre perçue comme une généralisation de l'arithmétique qui utilise la variable comme un généralisateur de *patterns*, l'algèbre vue comme un moyen de résoudre des problèmes qui emploie la variable comme une inconnue pour simplifier et résoudre, l'algèbre abordée en tant qu'étude des relations entre les quantités qui exploite la variable comme un paramètre (exemple : graphiques et tables) et, finalement, l'algèbre utilisée pour l'étude des structures (domaine des intégrales, vecteurs, etc.).

1.2 Du raisonnement arithmétique au raisonnement algébrique et analytique

Afin de bien comprendre l'une des composantes essentielles à l'apprentissage de l'algèbre, soit le raisonnement analytique, il est pertinent de définir le raisonnement arithmétique et le raisonnement algébrique pour ainsi mieux les comparer.

1.2.1 Raisonnement arithmétique

L'arithmétique est une partie des mathématiques qui regroupe l'étude des nombres rationnels et des procédés de calculs en vue de leurs applications pratiques (Vincent, 1994). Dans la résolution arithmétique, afin d'arriver au résultat recherché, l'élève doit utiliser des nombres connus et les organiser dans une séquence d'opérations (Schmidt et Bednarz, 1997). La procédure sera donc qualifiée d'arithmétique lorsque l'élève va du connu vers l'inconnu. À chacune des étapes, l'inconnu devient un nouveau nombre connu sur lequel s'appuyer qui lui permet de progresser (Schmidt et Bednarz, 1997).

1.2.2 Raisonnement algébrique

Le raisonnement algébrique se définit par la capacité à se détacher du contexte pour opérer sur l'inconnue, modéliser des relations ou généraliser un phénomène. Des outils tels que les graphiques et les symboles algébriques sont utilisés afin que les élèves puissent se représenter la situation et effectuer les calculs algébriques (Kieran, 2007; Squalli, 2003 cité dans Adihou et al, 2015). Une procédure est dite algébrique lorsque l'élève a axé sa démarche de résolution directement sur un nombre inconnu qui a été remplacé par une quelconque notation (une lettre ou un mot) utile pour organiser la démarche de résolution, mais également pour effectuer les opérations nécessaires (Schmidt, 1996). Bednarz et Charbonneau (1992 cités dans Oliveira, Rhéaume et Geerts, 2017) caractérisent le raisonnement algébrique selon les différents éléments suivants : le type d'engagement dans le problème, la distance prise lors du traitement des grandeurs ou du contexte, la considération des règles générales de manipulation guidant la résolution, la perte de sens du langage, le type de réflexion sur le nombre et les opérations et la recherche d'un procédé général. Une procédure algébrique nécessiterait la présence de tous ces éléments.

1.2.3 Raisonnement analytique

Le raisonnement analytique, quant à lui, est une constituante importante du raisonnement algébrique qui se décrit comme la capacité à se servir de l'inconnue comme si elle était connue, à opérer sur elle et à en tirer des conclusions (Adihou et al., 2015). Il s'agit d'un raisonnement de type hypothético-déductif dans lequel la vision des nombres est donc plus structurale que calculatoire (Adihou et al., 2015; Venant et Migneault, 2017). Il s'agit d'un changement conceptuel important pour les élèves puisque cette approche permet de considérer une certaine quantité indéterminée et d'opérer sur cette grandeur selon les mêmes propriétés que celles des nombres invariants (Radford, 1992 cité dans Schmidt et Bednarz, 1997).

1.3 Généralisation

L'objectif principal de l'algèbre est de formuler un moyen général en partant d'un nombre inconnu. Les activités de généralisation répondent à ce critère et consistent en d'excellentes opportunités de développer la pensée algébrique puisqu'elles nécessitent un raisonnement ayant pour objectif d'identifier et d'exprimer des régularités (Mason, 1996; Radford, 2008 dans Vlassis et al., 2017). La généralisation consiste à trouver, à partir de quelques exemples, des conclusions valables pour représenter tous les cas possibles (Mason, 1994 dans Squalli, 2017). On appellera généralisation le processus menant au résultat et on nommera généralité ledit résultat. L'expression de la généralité et sa justification doit tout d'abord se faire de façon non conventionnelle : avec des gestes, un code alphanumérique, un langage naturel, etc. Plus le niveau de complexité augmentera, plus le besoin d'utiliser des codes conventionnels (variables) se fera sentir. Radford (2014 cité dans Vlassis et al., 2017) croit que l'entrée dans la pensée algébrique devrait se faire sans l'utilisation de notations symboliques. Squalli (2017) identifie cinq types de généralisations : par répétition, par répétition guidée, à l'aide d'un exemple générique, en s'appuyant sur une autre généralisation et à l'aide d'une visualisation.

Les travaux de Radford (2006, 2008 cité dans Vlassis et al. 2017) ont permis d'identifier trois principaux types de raisonnement ressortant des suites arithmétiques : l'induction naïve, la généralisation arithmétique et la généralisation algébrique. Tout d'abord, l'induction naïve consiste à prévoir un motif inconnu en analysant les caractéristiques d'un seul motif connu. Les élèves utilisent des méthodes essais-erreurs pour établir une règle en analysant un seul terme. Ils ne tentent pas de rechercher un point commun entre plusieurs termes de la suite. L'induction naïve se traduit fréquemment par une application erronée du raisonnement proportionnel. Plusieurs élèves qui font face à une situation d'agrandissement utilisent ce raisonnement sans avoir vérifié si ce modèle s'appliquait vraiment dans la situation présentée. Par exemple, s'ils passent du motif 4 au motif 8, ces élèves vont penser qu'il suffit de multiplier le nombre d'éléments constituant le motif 4 par 2. Le deuxième type de raisonnement défini par Radford (2006;2008 cité dans Vlassis et al, 2017) est la généralisation arithmétique dans laquelle l'élève sera en mesure d'identifier un point commun dans son analyse de plusieurs termes de la suite. Lorsqu'il y a un accroissement constant entre les termes consécutifs, la généralisation arithmétique permet de prédire un terme par addition successive de la raison. Toutefois, cette démarche n'est pas possible pour prédire un $n^{\text{ième}}$ terme éloigné de ceux présentés dans la suite de départ. Finalement, la démarche de généralisation algébrique permet à l'élève non seulement d'identifier une régularité dans les termes de la suite, mais également de généraliser cette régularité aux autres termes et d'arriver à prédire n'importe quel terme de la suite (Radford, 2006; 2008 cité dans Vlassis et al, 2017).

Maintenant que les principales composantes de l'apprentissage de l'algèbre sont mieux définies, voyons maintenant les conditions essentielles à l'activité algébrique.

2. LES CONDITIONS ESSENTIELLES À L'ACTIVITÉ ALGÉBRIQUE

Le développement précoce de la pensée algébrique préconisé par le courant *Early Algebra*, dans lequel l'algèbre est présentée sans le symbolisme formel (signes alphanumériques), amène à redéfinir la pensée algébrique. Ce courant sera notamment défini plus en détail dans la prochaine section. Radford (2014) identifie les trois caractéristiques suivantes de la pensée algébrique: l'indéterminée, la dénotation et l'analycité. Ces éléments seront d'ailleurs réutilisés de façon systématique dans la grille d'analyse.

2.1 Indéterminée

La présence d'une indéterminée dans un problème implique des nombres non connus. Il peut s'agir d'inconnues, de variables, de paramètres, etc. L'indétermination relève donc de cette capacité à exploiter des problèmes qui font intervenir des nombres dont on ne connait pas la valeur. (Radford, 2014).

2.2 Dénotation

La dénotation, quant à elle, consiste à nommer ou symboliser l'indéterminée définie précédemment. La dénotation de nombres indéterminés doit être identifiée de différentes manières, que ce soit avec le code alphanumérique, le langage naturel, les gestes ou les signes non conventionnels (ex. : diagrammes) ou même une combinaison de ceux-ci (Radford, 2014).

2.3 Analycité

L'analycité, nommée également raisonnement analytique, consiste à traiter les quantités indéterminées comme si elles étaient connues et à réaliser des opérations sur ces nombres inconnus. On peut les additionner, les soustraire, les multiplier, etc. (Radford, 2014 cité dans Bronner, 2019).

Maintenant que l'apprentissage de l'algèbre a été défini et que les conditions essentielles à son activité ont été identifiées, il est maintenant pertinent de combiner le tout afin de se pencher sur les éléments favorisant le développement de la pensée algébrique, plus précisément au primaire.

3. LES ÉLÉMENTS FAVORISANT LE DÉVELOPPEMENT DE LA PENSÉE ALGÉBRIQUE AU PRIMAIRE

Lorsque l'on s'intéresse à l'intégration de l'algèbre au niveau primaire, il est essentiel de comprendre les fondements du courant nommé *Early Algebra* ou « algèbre avant la lettre » qui est venu changer la façon dont plusieurs didacticiens perçoivent le passage à l'algèbre. De plus, il est important de se pencher sur la résolution de problèmes déconnectés et les activités de généralisation qui consistent en des activités détenant un très bon potentiel de favoriser développement de la pensée algébrique. Finalement, même si cet aspect n'a rien de mathématique, il importe tout de même de s'intéresser aux implications des jeux et des TIC qui, au-delà des apprentissages, peuvent susciter ou non l'engagement des élèves dans leur apprentissage.

3.1 L'algèbre avant la lettre

« Le courant *Early Algebra* est né dans les années 2000 avec une volonté de rendre accessibles à de jeunes élèves (6 à 12 ans) certains aspects de l'activité algébrique pour développer ce que les chercheurs désignent sous le nom de « pensée algébrique ». » (Grugeon-Allys et Pilet, 2017, p. 110) Contrairement aux chercheurs croyant en une rupture entre l'arithmétique et l'algèbre, les partisans de ce courant s'accordent pour favoriser le développement de la pensée algébrique, sans toutefois utiliser les termes et la présentation usuelle. Radford (2008, 2014 dans Demonty, Fagnant et Vlassis, 2015) suggère que l'utilisation de notations symboliques ne constitue pas la meilleure approche pour l'entrée dans la pensée algébrique. Les élèves doivent apprivoiser la présence et la gestion de l'inconnue avant l'arrivée de la lettre (variable). En passant par le renforcement de l'arithmétique, cela les amène à travailler la capacité à généraliser (régularités numériques, divisibilités, sens et propriétés des opérations, égalité, etc.) et le raisonnement analytique. Par exemple, Radford (2014 dans Grugeon-Allys et Pilet, 2017) propose des situations de généralisation basées sur des motifs (*patterns*) pour montrer que le raisonnement analytique mis en œuvre pour trouver le terme en fonction du rang peut émerger de façon naturelle chez les élèves.

Schliemann et al. (2012) ont soulevé l'idée que l'initiation des élèves à l'algèbre très tôt dans le parcours scolaire, soit dès l'école primaire, était possible et bénéfique. Avec cette approche, leur étude a montré qu'on dénote assurément une amélioration dans la résolution de problèmes algébriques. Cette approche n'implique pas d'ajouter de nouveaux contenus mathématiques au primaire, mais plutôt d'orienter les apprentissages vers le développement de la pensée algébrique (Squalli, 2006). D'ailleurs, Squalli (2002) a justement voulu démontrer qu'il est possible de viser le développement de la pensée algébrique chez les élèves du primaire en partant d'activités mathématiques déjà utilisées en classe. Les activités présentées dans son article visent le rapport à la relation d'égalité, la transformation et la résolution d'équations, les généralisations et les propriétés des opérations, et ce, à même des contenus existants, mais en les réorientant vers le raisonnement sur les opérations plutôt que sur l'exécution d'un calcul. Adihou et al. (2015)

suggèrent d'ailleurs que le développement de la pensée algébrique avant l'introduction du calcul algébrique ne doit pas avoir comme objectif de préparer les élèves à l'algèbre, mais bien de leur permettre d'enrichir leurs compétences mathématiques. Au niveau primaire, puisque la langue algébrique n'est pas connue, les élèves ne peuvent se « réfugier » dans des manipulations algébriques, ce qui augmente l'intérêt des chercheurs d'intégrer des activités à caractère algébrique à ce stade. L'attention des élèves sera davantage portée vers le besoin de généralisation et de preuve. Les activités de généralisation et de justification présentées à des élèves du niveau primaire les amènent à devenir conscients de la nécessité de la création de l'outil symbolique manquant (Arcavi et al., 1989). Grugeon-Allys et Pilet (2017) proposent également d'autres types de tâches permettant de repérer le développement de connaissances et de raisonnements facilitant l'entrée dans l'algèbre, soit la généralisation d'un motif, la résolution de problèmes arithmétiques (domaine numérique ou des grandeurs), le calcul réfléchi, le calcul d'expression numérique avec priorités d'opérations et distributivité et l'association des expressions numériques de différentes structures. Il faut donc encourager les enfants à raisonner algébriquement et cesser de reporter à l'adolescence l'apprentissage et l'utilisation des variables, de la notation algébrique, des fonctions, etc. (Schliemann et al., 2012).

3.2 Les problèmes déconnectés

Une résolution de problème est une activité dans laquelle l'élève active ses connaissances antérieures en mathématiques et déploie tout un registre de stratégies et de procédures apprises dans son parcours scolaire (Schmidt, 1996). L'étude de Adihou et al. (2015) a analysé des raisonnements d'élèves résolvant des problèmes, alors qu'ils ne disposaient pas encore d'outils algébriques. Les élèves avaient donc la latitude de construire des raisonnements sans démarche algébrique imposée. Certains d'entre eux ont produit des raisonnements riches contribuant au développement de la pensée algébrique, ce qui a permis aux auteurs de déduire qu'il y avait un intérêt certain à proposer aux élèves des problèmes déconnectés avant l'introduction de la lettre. Dans les problèmes déconnectés, aucune relation ne peut être établie entre les données du problème. De plus, dans ce type de problème, une démarche de résolution arithmétique n'amène pas à la résolution. Cela favorise donc l'émergence du raisonnement analytique (Squalli, 2002). Dans ces problèmes, les élèves sont amenés à positionner l'inconnue et à opérer sur elle à l'aide d'un raisonnement qui n'est pas centré sur le symbolisme (Squalli, 2002).

Bednarz et Dufour-Janvier (1996) mentionnent que la résolution de problème s'avère une méthode significative pour introduire l'algèbre. De plus, Provencher et Vincent (2004) proposent de varier les types de problèmes et le niveau de difficulté présentés aux élèves. Marchand et Bednarz (1999) soulignent l'importance de présenter des problèmes où l'algèbre devient un moyen plus efficace que l'arithmétique et où la difficulté à résoudre un problème par l'arithmétique devient une motivation à passer à un mode de résolution algébrique (Adihou et al., 2015).

3.3 Les activités de généralisation

Au secondaire, les activités de généralisation permettent de pratiquer les techniques algébriques. Au primaire, elles amènent les élèves à travailler le sens de l'égalité et les opérations (Vlassis et al., 2017). Elles sont considérées comme des « opportunités fondamentales pour développer la pensée algébrique puisqu'elles favorisent un raisonnement visant à faire identifier et exprimer des généralités. » (Vlassis et al., 2017, p.135) Les activités de généralisation liées aux motifs numériques ou géométriques font partie des quatre thèmes principaux du courant de l'*Early Algebra* de Kieran et al. (2016 dans Grugeon-Allys et Pillet, 2017). Différents types de suites découlent des activités de généralisation.

3.3.1 Activités de généralisation liées aux motifs numériques ou géométriques

Les activités de généralisation avec supports schématiques, appelés également motifs ou *patterns* figuratifs, fournissent des contextes riches pour développer la pensée algébrique (Vlassis et al., 2017). Il existe donc une grande diversité possible dans les façons d'exprimer la généralisation. De plus, les motifs, qu'ils soient numériques ou géométriques, peuvent être représentés avec une variété de visualisations possibles entraînant également des calculs différents selon les régularités présentées (Vlassis et al., 2017). En s'appuyant sur les dessins, les élèves peuvent discuter et argumenter afin de justifier leur généralisation.

En Ontario, le courant *Early Algebra* a fait son chemin. En 2008, le Gouvernement de l'Ontario produisait déjà un document intitulé « Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 3^{e} année : modélisation et l'algèbre ». Le premier de deux fascicules fournit une description détaillée du développement de la pensée algébrique, des régularités et des relations ainsi que des propositions de situations d'apprentissage pour chaque année, entre la maternelle et la 3^{e} année. L'étude des suites, qu'elles soient non numériques ou numériques, est la base de la compréhension des régularités, car elle permet aux élèves de faire leurs premiers pas dans le monde algébrique (Gouvernement de l'Ontario, 2008). Chacun des trois types de suites exploités implique des aptitudes que les élèves sont amenés à développer : habileté à reconnaître, à comparer, à représenter de différentes façons, à décrire, à prolonger et à créer (Gouvernement de l'Ontario, 2008).

3.3.1.1 Suites non numériques à motif répété

Il s'agit de la forme la plus simple des suites. Elle est composée de motifs se répétant dans le même ordre. Il suffit de reconnaître la régularité, le début et la fin de la suite. Par exemple, en observant un collier, l'enfant peut reconnaître la suite {rouge-bleu-blanc, espace, rouge-bleu-blanc, espace…}. L'enfant peut travailler à ajouter un attribut à la suite, trouver un élément manquant, modifier la structure, changer le mode de représentation, explorer des suites ayant un élément manquant, etc. (Gouvernement de l'Ontario, 2008).

3.3.1.2 Suites non numériques à motif croissant

Ce type de suite est abordé à partir de la 2e année du primaire, car il est un peu plus complexe que les suites non numériques à motif répété. En effet, le nombre d'objets formant la suite augmente d'une série à l'autre, de façon prévisible. Il est possible de transformer ce type de suites en suites numériques puisque le type d'objet reste toujours le même contrairement au premier type de suite présenté. De plus, il sera possible pour l'élève de déterminer la relation entre le rang de chaque figure et le nombre d'éléments dans chacune. Il s'agit d'un concept mathématique très important qui, après la construction d'une table de valeurs, mènera éventuellement à la formulation de la règle vers la 5e année. Cela permettra éventuellement de prédire n'importe quel terme de la suite sans avoir à la prolonger.

3.3.1.3 Suites numériques

La compréhension des suites numériques est un préalable à l'entrée dans le monde algébrique. Au primaire, on utilise du matériel concret ou semiconcret pour les représenter : tableau de nombres, grille de nombres, droite numérique, table de valeurs, etc. (Gouvernement de l'Ontario, 2008). Une suite est arithmétique quand les termes augmentent avec un pas régulier. Par exemple, dans la suite {3,7,11,15…}, chaque terme s'obtient en ajoutant 4 au terme précédent. Dans une suite géométrique, chaque terme s'obtient en multipliant le terme précédent par une constante, appelée raison. La suite {4, 8, 16, 32, 64…} est une suite géométrique de raison 2. Les suites arithmético-géométriques, moins adéquates pour les enfants du primaire, sont des généralisations des deux types de suites précédentes. Chaque terme se calcule en multipliant le terme précédant par la raison et en ajoutant une constante.

3.4 Les TIC et les jeux

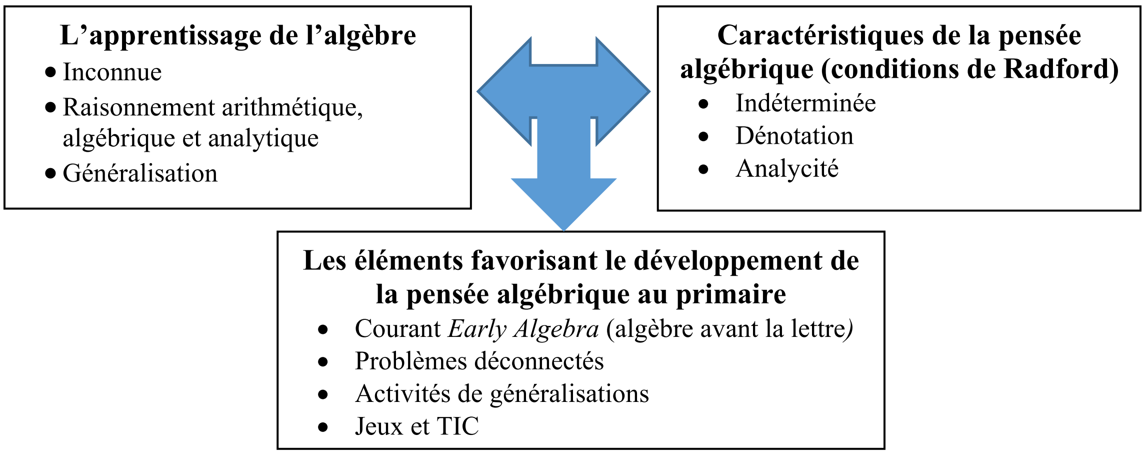
Dans un autre ordre d'idées, Sauvé, Renaud et Gauvin (2007) ont montré que les jeux ont des impacts significatifs sur certains aspects de l'apprentissage, notamment sur la motivation, la structuration et l'intégration des connaissances et le développement d'habiletés en résolution de problèmes. De plus, selon Karsenti (2017), le sentiment de contrôle (choix devant la diversité d'activités, façon d'entrer et de s'engager dans l'action, jusqu'où aller dans l'activité, etc.), de compétence, d'affiliation et l'augmentation de l'attrait sont des facteurs motivationnels découlant de l'utilisation des TIC lors de l'apprentissage. Certains auteurs s'intéressent d'ailleurs aux univers virtuels interactifs dont les gestes posés par ceux qui participent à l'activité renforcent la compréhension des opérations numériques (Hitt, Saovya et Cortés, 2017; Hewitt, 2014 dans

Venant et Migneault, 2017). Par exemple, Venant et Migneault (2017) ont analysé la suite de jeux *Dragon Box* sous l'angle du développement de la pensée algébrique en portant une attention particulière à l'égalité, aux structures numériques et aux représentations mises en œuvre dans le jeu. L'analyse des représentations sémiotiques a été effectuée selon deux axes, soit la perception des objets mathématiques à travers les représentations qui en sont faites et les registres sémiotiques utilisés (traitement au sein d'un même registre et conversion d'un registre à l'autre). Venant et Migneault (2017) en sont venus à la conclusion que certains jeux de la suite *Dragon Box* présentent les conditions essentielles au développement de la pensée algébrique de Radford (2014).

De plus, avec la présence de plus en plus importante des jeux numériques, certains auteurs se sont également penchés sur la façon de les intégrer dans l'enseignement. En effet, des études en théorie des jeux électroniques ont démontré que ces derniers pouvaient soutenir l'apprentissage (Boyce et Barnes, 2010; Corbalan, Kester et Van Merriënboer, 2008 dans Venant et Migneault, 2017). Bref, bien que l'aspect motivationnel ne soit pas en lien direct avec l'apprentissage des mathématiques en soi, il était important d'en discuter afin de justifier le choix de l'échantillon qui intègre les TIC et les jeux et qui sera présenté dans la méthodologie.

La figure 1 ci-dessous représente le cadre conceptuel sous forme de schéma afin de mieux se représenter les concepts et les liens entre ceux-ci. Avec tous les éléments présentés précédemment, on peut déduire que la présentation aux enfants du primaire de différents types d'activités ou jeux utilisant les TIC et favorisant le développement de la pensée algébrique avant l'intégration de la « lettre » pourrait favoriser le développement du raisonnement algébrique et faciliterait la transition au secondaire en diminuant les sources erreurs et en améliorant la résolution de problèmes algébriques.

Figure 1. Cadre conceptuel de l'essai



4. OBJECTIFS DE RECHERCHE

Rappelons ici que le problème de recherche présenté précédemment soulevait, entre autres, les nombreuses difficultés des élèves dans l'apprentissage de l'algèbre (compréhension superficielle des techniques algébriques, des règles et concepts de base, de la relation d'égalité, des trucs mathématiques et des généralisations) et le fait que peu d'entre eux voyaient la pertinence de recourir à l'algèbre pour résoudre des problèmes. L'objectif de recherche ainsi que les objectifs spécifiques permettront d'indiquer clairement l'intention de la présente étude (Class et Schneider, 2017). Aucune hypothèse de recherche ne sera présentée, car l'essai ne vise pas à établir de relations entre les variables ni de liens de cause à effet entre l'introduction au primaire d'activités mathématiques à caractère algébrique et le développement de compétences algébriques (Fortin et Gagnon, 2015).

4.1 Objectif général

L'objectif principal de cette recherche de type qualitative est de répertorier une banque d'outils mathématiques en ligne à l'intention des enfants du niveau primaire permettant de développer des compétences mathématiques en algèbre par des activités ludiques de généralisation et de manipulation afin de faciliter la transition vers les apprentissages mathématiques du secondaire. Il s'agira donc d'un outil concret de la forme « tout-en-un » fournissant des activités, des situations, des applications et des jeux interactifs en ligne qui ont démontré le potentiel de contribuer au développement de la pensée algébrique des enfants du primaire, mais qui a priori n'ont pas cette vocation. Ce répertoire de ressources sera proposé de façon optionnelle aux enseignants et aux parents qui souhaitent encourager le développement de la pensée algébrique des enfants. Il pourra donc être utilisé à titre de complément à l'enseignement en classe ou dans un contexte hors classe.

4.2 Objectifs spécifiques

Les objectifs spécifiques de la recherche permettent de donner des indications précises pour la méthodologie et l'analyse de données. Ils aident également à situer l'étude et à donner des informations quant au phénomène, aux participants et au terrain qui seront explorés (Class et Schneider, 2107). Les objectifs spécifiques de cette recherche sont :

- Inventorier, à l'aide d'une recension auprès d'enseignants et de parents, une liste de jeux en ligne, d'applications ou de sites Internet qui contribueraient au développement de la pensée algébrique des enfants du primaire ;

- Construire et faire usage d'une grille d'analyse permettant de déterminer le potentiel algébrique des ressources recensées, cette grille étant basée sur les éléments favorisant le développement de la pensée algébrique, les tâches associées à l'apprentissage de l'algèbre et l'atteinte des conditions de Radford ;
- À la suite de la création du site Internet regroupant la banque d'outils, consulter des enseignants et des parents d'enfants du primaire quant à l'appréciation de leur expérimentation.

TROISIÈME CHAPITRE. MÉTHODOLOGIE

Afin de répertorier une banque d'outils mathématiques en ligne à l'intention des enfants du niveau primaire permettant de développer des compétences mathématiques en algèbre, il faut mettre en place la méthodologie qui viendra soutenir l'atteinte de cet objectif général ainsi que celle des objectifs spécifiques de la recherche. La phase méthodologique permettra de répondre à la question de recherche en choisissant un devis adéquat, un échantillon représentatif de la population ciblée, des stratégies de collecte de données pertinentes et une méthode d'analyse des ressources recensées.

1. DEVIS

Puisque la recherche est orientée vers une analyse qualitative d'outils mathématiques, son devis méthodologique est donc qualitatif descriptif. Il s'agit donc d'une démarche qui poursuit des buts pragmatiques et utilitaires, donc qui peut déboucher sur des applications pratiques des résultats obtenus (Savoie-Zajc, 2004). Elle permet également de produire une description des observations réalisées par des interprétations et de l'extrapolation, d'où l'importance de détenir une grille d'analyse construite à partir des théories importantes relevées lors de la recension des écrits et lors de l'élaboration du cadre conceptuel. Dans le cadre d'une analyse qualitative, les réalités à découvrir sont diverses plutôt qu'uniques (Fortin et Gagnon, 2015). Plus précisément, la méthode spécifique utilisée pour cet essai est une recherche à développement d'objet pédagogique. Le modèle utilisé sera également qualifié de « local » plutôt que « global » puisque la banque d’outils créée sera développée de façon spécifique à l’apprentissage de l’algèbre et non valable pour des disciplines variées.

2. POPULATION ET ÉCHANTILLON

Parmi tout le matériel disponible en ligne, l’échantillon ciblé est composé de tous les jeux, les applications et les sites Internet qui semblent, aux yeux des personnes sondées, permettre de développer des connaissances ou des compétences mathématiques reliées au développement de la pensée algébrique. Les ressources n’ont pas nécessairement d’emblée une vocation mathématique ou même à potentiel algébrique, mais doivent avoir du potentiel au regard de l’analyse. Ces ressources devront, à la base, être construites à l’intention des enfants de la première à la sixième année du primaire. Les options suivantes ont été considérées, mais ensuite rejetées soit à cause de leur faible bénéfice potentiel sur l’apprentissage de l’élève, de l’aspect ludique peu présent, de la complexité au niveau de la diffusion de l’information ou du manque de diversité : guides papier, capsules vidéo à l’intention des enseignants, cahiers d’activités pour les élèves et activités de manipulation avec objets. Brousseau (2011) dit qu’une bonne situation mathématique doit fournir elle-même une rétroaction. Cet aspect est entre autres présent dans les jeux. Il a donc été décidé de conserver l’option des jeux virtuels, des applications et des activités en ligne pour leur aspect visuel attirant et diversifié, le potentiel de rétroaction et pour la facilité de leur diffusion.

Puisque l’objectif de l’étude est la conception et non l’expérimentation de l’outil, il n’y aura donc pas d’évaluation du développement de la pensée algébrique à la suite de l’utilisation de la banque. Il s’agit d’ailleurs d’un processus lent et difficile à quantifier. Son évaluation pourrait relever d’une autre recherche.

3. STRATÉGIES DE COLLECTE DE DONNÉES

La collaboration des enseignants de mathématiques du primaire et du premier cycle du secondaire ainsi que celle des parents d'enfants de ces mêmes niveaux a été fort utile pour recenser un grand nombre d'outils à analyser. Afin d'en sélectionner un nombre suffisant, la méthode utilisée fut l'échantillonnage en boule-de-neige. C'est une méthode qui consiste à demander aux premières personnes qui reçoivent le questionnaire de le transmettre à d'autres personnes qui correspondent aux caractéristiques de la population ciblée (Gaudreau, 2011). Le moyen de recrutement principal utilisé est le regroupement Facebook « Les maths autrement » qui est composé de 7251 membres qui sont enseignants de mathématiques ou étudiants en enseignement des mathématiques et également parents pour la plupart. L'apport de plusieurs collègues a également été sollicité.

Afin de récolter les données recherchées, soit une liste exhaustive de sites Internet, d'applications ou de jeux en ligne qui, sans avoir nécessairement une intention pédagogique, peuvent amener les élèves à développer leur pensée algébrique, l'enquête par questionnaire a été la première méthode utilisée. N'étant pas à la recherche d'information exhaustive, mais simplement de réponses courtes (ressources en ligne à potentiel algébrique connues des enseignants et parents), cette méthode considérée plutôt informelle convenait parfaitement à cette étude. Le courriel envoyé aux collègues et la publication faite sur le Facebook « Les Math autrement » introduisaient brièvement le sujet et la question de recherche de cet essai. Ensuite, l'aide était sollicitée afin de recenser des jeux qui, sans avoir a priori la vocation de développer la pensée algébrique, leur semblent détenir ce potentiel ou qui requièrent des habiletés de généralisation (voir verbatim intégral en annexe A). Il s'agissait donc d'un bref questionnaire autoadministré contenant une seule question : les enseignants et parents qui souhaitaient participer à mon étude n'avaient qu'à inscrire leur réponse directement sous la forme d'un « commentaire » à la publication présentée. Certains collègues et enseignants du primaire de la commission scolaire de la Région-de-Sherbrooke et de la commission scolaire des Appalaches ont aussi été sondés par voie électronique. Comme proposé par Savoie-Zajc (2004), le besoin d'intégrer ce deuxième type d'échantillonnage est survenu au cours de la recherche. En fait, cela a permis de conserver une certaine latitude afin de réviser l'échantillonnage au fur et à mesure de la récolte des données. Cela a donné ainsi la possibilité d'intégrer d'autres sites, jeux et applications ou de préciser judicieusement l'échantillon en fonction des résultats recherchés.

4. ANALYSE

4.1 Modalités d'analyse

Afin d'analyser le potentiel mathématique algébrique des différents sites Internet, applications et jeux en ligne recueillis, une logique inductive délibératoire a été utilisée, ce qui implique que les théories ressortant du cadre conceptuel ont guidé le processus d'analyse (Savoie-Zajc, 2004). Afin de mettre en évidence le potentiel des ressources répertoriées lors de la collecte de données, l'analyse a été faite à l'aide d'une grille construite spécialement pour cette recherche. La construction de cette grille a nécessité beaucoup de réflexion et de recherche, car les éléments à évaluer sur la grille proviennent d'éléments incontournables relevés dans la recension des écrits et dans le cadre conceptuel. La grille a comme objectif de vérifier la présence de certaines composantes jugées indispensables ou favorisant le développement de la pensée algébrique.

Comme proposé par Savoie-Zajc (2004), cette grille initiale a été enrichie lorsque certaines dimensions sont ressorties des données sous analyse.

À l'aide de cette grille, une analyse rigoureuse des éléments recueillis a été effectuée en vue de faire une sélection afin de construire l'objet pédagogique. Puisque les outils recueillis ne sont pas quantifiables, ils ont été qualifiés avec un système de catégorisation de descriptions textuelles en fonction de leur potentiel algébrique (Fortin et Gagnon, 2015). Ensuite, le répertoire d'outils a été conçu sous la forme d'un site Internet fournissant une liste de jeux en ligne, applications et sites Internet dont leur utilisation favorise le développement de la pensée algébrique. Le site Internet prévoit différentes sections, en fonction des trois cycles du primaire.

4.2 Grille d'analyse des ressources

La grille d'analyse présentée en annexe B a été créée afin d'évaluer le potentiel algébrique des différentes ressources recensées lors de la collecte de données. La grille d'analyse est séparée en deux parties. Tout d'abord, une section descriptive offre un portait général de chacune des ressources analysées, explique les tâches qui sont demandées à l'élève et dresse la liste des concepts mathématiques visés. La seconde partie de la grille fait l'analyse de la ressource en fonction des types de tâches à analyser (généralisation, représentation des relations entre les quantités, résolution de problèmes déconnectés ou arithmétiques et relation d'équivalence). Chaque type de tâche est subdivisée en sous-tâches associées qui sont ensuite évaluées au regard des critères de Radford (2014). Les concepts démontrant ou justifiant la présence des conditions de Radord (2014) doivent être notés dans la grille. Finalement, un espace est laissé pour consigner des commentaires, et ce, pour chacune des sous-tâches.

Les critères d'évaluation insérés dans la grille proviennent de la littérature présentée dans le cadre conceptuel et sont constitués de tâches mathématiques qui sollicitent des compétences liées au développement de la pensée algébrique. Par exemple, selon Radford (2014), le raisonnement analytique implique la réalisation des trois conditions suivantes : l'indéterminée qui se caractérise par la présence d'une ou des quantités inconnues, la dénotation qui se définit par la symbolisation de l'indéterminée de différentes façons et l'analycité qui consiste au début du traitement analytique, soit le fait d'opérer sur les quantités inconnues. Ces trois éléments, appelés « conditions de Radford » ont été utilisés de façon systématique dans la grille d'analyse.

Les éléments reliés à la dimension affective, à l'aspect motivationnel et à l'engagement des élèves qui ont été identifiés dans le cadre conceptuel comme des facteurs favorisant l'apprentissage ont été mis de côté afin de pouvoir se concentrer seulement sur l'analyse des objets reliés directement au développement de la pensée algébrique. Donc, la présence d'un contexte pertinent permettant l'engagement cognitif et émotionnel, la motivation suscitée par l'attrait visuel des TIC et l'importance d'un sentiment de contrôle, de compétence et d'affiliation ne seront pas considérées dans cette grille (Venant et Migneault, 2017 et Karsenti, 2017). Par contre, ces éléments furent pertinents lors du choix du type de ressources à considérer pour la banque d'outils.

4.3 Évaluation de l'utilisation du site Internet créé

Afin d'avoir un regard clair sur la fonctionnalité de la ressource, une évaluation de la banque d'outils devait être complétée auprès des enseignants et des parents l'ayant utilisée. Étant donné la situation particulière entourant la fermeture des écoles résultant de la pandémie de la Covid-19, la banque de ressource n'a malheureusement pas pu être testée directement dans certaines classes du primaire comme envisagé au départ. L'intention était de faire une évaluation sous la forme d'un court questionnaire autoadministré qui aurait été envoyé par courriel aux utilisateurs de la ressource. Il a donc été décidé d'évaluer la ressource différemment. Les utilisateurs de la banque d'outils sont invités à donner leur rétroaction directement en ligne sur le site Internet dans l'onglet « Évaluation du projet ». Sous la forme d'un simple sondage, les différentes questions sont à choix multiples ou à réponse courte. Les questions posées, qui sont d'ailleurs présentées dans le tableau 1.1 ci-dessous, concerneront la facilité d'accès à la ressource, sa fonctionnalité, la fréquence de l'utilisation, les ressources populaires, la perception de sa pertinence, etc.

Tableau 1.1 Grille d'évaluation de la banque d'outils disponible sur le site Internet

Questions	Types de réponse
Qui êtes-vous?	**3 choix de réponse** (Enseignant(e), parent ou élève)
Comment qualifiez-vous l'*accessibilité* de la ressource?	**4 choix de réponse** (Très facile d'accès à très difficile d'accès)
Comment qualifiez-vous l'*utilisation* de la ressource?	**4 choix de réponse** (Très facile d'utilisation à très compliquée)
Combien de fois avez-vous référé un élève ou votre enfant à la banque d'outils?	**Case à cocher** (0 - 1 à 5 fois - 6 à 10 fois - 11 à 15 fois – 16 fois et +)
En moyenne, à quelle fréquence votre élève/enfant l'utilise-t-il la banque d'outils?	**Menu déroulant** (Une dizaine d'options : une fois par semaine, une fois par mois, deux fois par semaine, etc.)
Semble-t-il apprécier les jeux/applications/sites présenter?	**Choix de réponses** - Oui, vraiment!

	- Oui, pour passer le temps - Oui, si je l'oblige - Peu d'intérêt - Pas du tout
Quel jeu préfère-t-il?	- **Réponse courte**
Votre élève/enfant vous pose-t-il des questions lorsqu'il joue?	**Choix de réponses** - Jamais - À l'occasion - Parfois - Très souvent
Croyez-vous en la pertinence de cette ressource?	- **Réponse courte**

De plus, afin d'avoir un regard critique différent, des enseignants ont été sollicités afin de fournir un avis professionnel. Les questions qui leur ont été posées sont présentées dans le tableau 1.2. Elles concernent leur opinion par rapport au potentiel algébrique de la ressource, à l'adaptabilité des activités choisies en fonction des cycles ciblées, aux jeux qui semblent démontrer le meilleur potentiel, etc.

Tableau 1.2 Grille d'évaluation de la banque d'outils à compléter par des enseignants

Questions	**Types de réponse**
Quelle est votre fonction?	**Réponse courte**
Comment qualifiez-vous l'*utilisation* de la ressource?	**4 choix de réponse** (Très facile d'utilisation à très compliquée)
Est-ce que vous jugez que les activités proposées pour les élèves du 1er cycle sont adaptées à leur niveau? Justifiez au besoin.	**4 choix de réponse** (Très adaptées à très peu adaptées) + Section justification à compléter

Est-ce que vous jugez que les activités proposées pour les élèves du 2er cycle sont adaptées à leur niveau? Justifiez au besoin.	**4 choix de réponse** (Très adaptées à très peu adaptées) + Section justification à compléter
Est-ce que vous jugez que les activités proposées pour les élèves du 3er cycle sont adaptées à leur niveau? Justifiez au besoin.	**4 choix de réponse** (Très adaptées à très peu adaptées) + Section justification à compléter
Considérez-vous que les outils retenus permettent de développer la pensée algébrique chez les enfants du primaire en travaillant la relation d'équivalence, les généralisations, la relation entre les quantités ou la résolution de problème?	**5 choix de réponses** (Très en accord à très en désaccord) + Section justification à compléter
Quel(s) jeu(x) selon vous permet le plus de développer la pensée algébrique?	**Réponse courte**
Croyez-vous en la pertinence de cette ressource?	**Réponse courte**
L'utiliseriez-vous avec vos élèves ou la recommanderiez-vous pour des élèves du primaire?	**Réponse courte**

QUATRIÈME CHAPITRE. PRÉSENTATION DES RÉSULTATS

Une fois la phase méthodologique mise en place, il est temps de présenter les résultats obtenus dans le cadre de cette recherche. Tout d'abord, à la suite de la recension des données, un tableau comportant les résultats d'un premier tri dévoilera les ressources à considérer ou à rejeter. Ensuite, l'étude des ressources à considérer pour le projet sera présentée à l'aide de la grille d'analyse précédemment introduite. Finalement, un examen des résultats obtenus sera effectué afin de sélectionner les ressources à conserver pour la construction de la banque d'outils ayant le potentiel de développer la pensée algébrique chez les enfants du primaire.

1. PRÉSENTATION DES RESSOURCES À CONSIDÉRER ET À REJETER

Dans le tableau 2 présenté ci-dessous se trouve la liste des 47 ressources qui ont été recensées lors de la collecte de données. D'emblée, certaines d'entre elles ont immédiatement été rejetées (premier tri) puisqu'elles ne correspondaient pas au type de ressources recherchées, par exemple les sites théoriques et les applications visant la construction de graphiques ou la résolution de problèmes algébriques trop avancés. D'autres sites et applications ont été retirés de la liste après un deuxième tri qui consistait en une sélection plus poussée qui a été complétée en fonction des principaux critères suivants : présence d'une inconnue, public cible de l'activité visant les élèves du primaire (complexité et type de tâches adaptées à ce niveau en fonction des notions visées par le Programme de formation), autonomie de l'enfant requise pour accomplir les activités ainsi qu'une opinion générale positive basée sur le jugement professionnel et l'expérience.

Une fois les deux premiers tris effectués, tous les sites Internet et les applications faisant partie de la colonne « à considérer » du tableau 2 ont été évalués avec la grille d'analyse préalablement construite (annexe B). Cette grille comporte différentes sections telles qu'une description générale du jeu, une liste des tâches demandées à l'élève, les concepts mathématiques visés ainsi qu'une analyse plus approfondie des tâches reliées à la généralisation, à la représentation des relations entre les quantités et à la relation d'équivalence. Les trois conditions de Radford (2014) qui ont été explicitées dans le cadre conceptuel, soit l'indéterminée, la dénotation et l'analycité, ont été évaluées pour chacune de ces tâches.

Tableau 2. Liste complète des ressources recensées lors de la collecte de données

À considérer	**À rejeter**	
- *DragonBox Number*	- Netmath	- Hatier Pas à Pas
- *DragonBox Algebra* 5+	- *Minecraft*	- *Monkey Code*
- *ITooch 5^{th} grade* ($)	- *Tour of Code*	- *ITooch General*
- Pepit	- Jeu de Nim	- Guerre des Math
- Échos d'école	- Mots-Clés	- Café Mathadores
- Logiciel éducatif	- *Khan Academy*	- Geometry Dash
- Lulu le lutin malin	- Si on jouait aux math	- *Mathies.ca*
- *Aquamath 3 - LearnAlberta*	- *Math Learning Center*	- *Math Ref*
- *SolveMe Mobiles*	- *Math Champ Challenge*	- *Thatquiz.org*
- *MathFrog/abcya.com*	- *DreamBox Learning Center*	- MathPapa
- Ixl	- *Algebra Touch*	- *Algebra Pro*
- *Hands-On Equations 1-2-3* ($)	- *Algebra Nation*	- Geogebra
- *Hands-On Number Balance* ($)	- Math de Lola 2	- Scratch
	- *Mathway*	- *Coolmath4kids*
- TakaSéries	- *Symbolab Calculator*	- Glencoe
- *SplashMath/SplashLearn*	- *ITooch 6^{th} grade* ($)	- GoMath

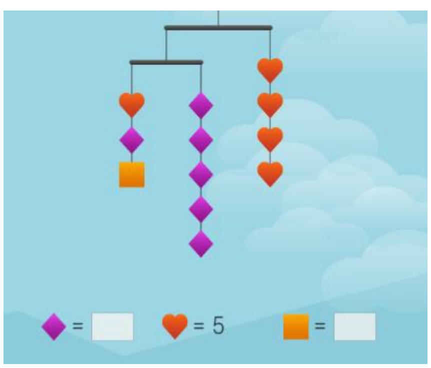
2. PRÉSENTATION DES RÉSULTATS

Dans cette section seront présentées six grilles d'analyse. Certaines d'entre elles présentent une seule ressource, telle que la grille de *SolveMe Mobiles* et *Dragon Box Algebra* 5+, alors que d'autres grilles combinent plusieurs ressources poursuivant des objectifs communs, soit les suites non numériques à motifs répétés ou croissants, les suites numériques arithmétiques ou géométriques, la relation d'équivalence et la recherche d'une valeur inconnue.

2.1 Analyse de *SolveMe Mobiles*

<table>
<tr><th colspan="2">Nom de la ressource : SolveMe Mobiles</th></tr>
<tr><th>Description générale</th><th>Tâches demandées à l’élève</th></tr>
<tr><td>

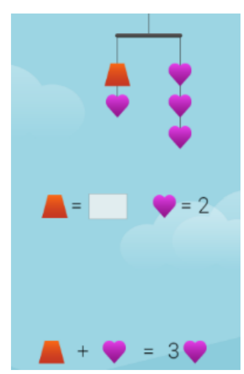
SolveMe Mobiles est un jeu se retrouvant directement en ligne ou sous forme d’application gratuite. L’enfant doit déterminer le poids de chaque forme afin que le mobile reste en équilibre, soit en utilisant la méthode par essai et erreur ou en développant des stratégies au fur et à mesure qu’il progresse. Selon les casse-têtes présentés, certaines informations sont données ou non au départ : poids total du mobile, poids d’une ou deux formes, etc. Il y a trois niveaux de difficulté : *explorer*, *puzzler* et *master*.



</td><td>

- Déterminer le poids total du mobile
- Déterminer le poids de chaque branche
- Déterminer le poids de chaque forme ou résoudre les équations (lorsque le joueur décide d’afficher l’équation écrite avec des symboles alpha numériques *) en :
  - éliminant des objets identiques (termes) de chaque côté de l’équation (en enlevant une forme d’un côté, ça enlève automatique de l’autre côté, autant dans le mobile que l’équation)
  - divisant les expressions de part et d’autre du signe d’égalité en cliquant sur le coefficient commun (si équation affichée)
  - substituant une forme à d’autres ayant une valeur équivalente (autant dans le mobile que l’équation)

* S’il le désire, l’élève peut faire afficher l’équation représentée par la balance (voir image ci-contre).



</td></tr>
</table>

Concepts mathématiques visés

1. Passer d'un mode de représentation à un autre (images à valeur numérique)
2. Construire des relations
3. Traduire une situation à l'aide d'une chaîne d'opérations en respectant la priorité des opérations
4. Construire une expression algébrique à partir d'un registre de représentation
5. Représenter une situation à l'aide d'une équation du 1er degré à une inconnue
6. Déterminer des équivalences numériques à l'aide de relations entre les 4 opérations et leurs propriétés (commutativité, associativité et distributivité)
7. Construire des équations à partir de quantités connues et d'expressions algébriques équivalentes
8. Déterminer un terme manquant dans une équation
9. Calculer la valeur numérique d'expressions algébriques
10. Résoudre des équations afin de déterminer la valeur d'une ou des variables inconnues
11. Effectuer les opérations d'addition, de soustraction, de division et de substitution sur des expressions algébriques avec l'aide de matériel imagé
12. Transformer des égalités arithmétiques et des équations pour en conserver l'équivalence

Description des tâches à réaliser	Sous-tâches associées	Conditions atteintes (Radford)	Concepts mathématiques spécifiques	Commentaires
X **Représentation des relations entre les quantités**	X Symbolique X Picturale X Textuelle X Verbale	✓ Indéterminée ✓ Dénotation ✓ Analycité	- Passer d'un mode de représentation à un autre (images à expressions algébriques à valeur numérique) - Déterminer les liens possibles entre les formes (ex. : 1☺ = 2♥)	
X **Relation d'équivalence**	X Statut d'équivalence du signe d'égalité	✓ Indéterminée ✓ Dénotation ✓ Analycité	- Construire des équations à partir d'expressions algébriques équivalentes (2Δ+♥=3☺+5♥) - Résoudre des équations afin de déterminer la valeur des formes	- Lorsque le joueur fait afficher l'équation, il est en mesure de faire des mises en évidence simple pour

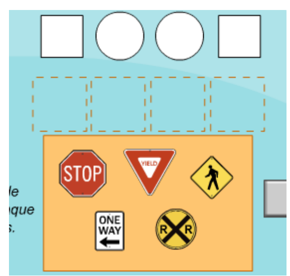
	$\boxed{\text{X}}$ Généralisation des propriétés des opérations et de la distributivité		(enlever formes identiques de chaque côté, diviser en enlevant coefficient commun) - Déterminer des équivalences numériques (ex. : ♦ = 3) - Tenir compte des propriétés des opérations (ex. : distributivité) - Transformer des équations pour en conserver l'équivalence	simplifier (distributivité)

2.2 Analyse des ressources axées sur les suites non numériques

Regroupement de différentes ressources visant les mêmes objectifs :

Suites non numériques à motifs répétés ou à motifs croissants

1. *Aquamath 3 - LearnAlberta* (Régularités répétitives)

Description générale	Tâches demandées à l'élève
Chaque leçon présentée sur la page d'accueil de *Aquamath 3 - LearnAlberta* regroupe différents sujets contenant chacun plusieurs activités qui respectent la progression de l'élève. Si on le désire, des commandes vocales peuvent orienter les plus jeunes. À une 1re erreur commise, il apparaît une explication globale (ex. : trouve le motif de la régularité), à une 2e erreur, on voit une explication détaillée, à la 3e erreur, la notion est réexpliquée de façon interactive (animation expliquant la procédure à l'aide d'un exemple visuel) et, à la 4e erreur, une solution est proposée à l'élève. Les activités génèrent de nouvelles questions d'une fois à l'autre. Des exercices à imprimer et un guide accompagnent chacune des leçons. Le tout est gratuit. *La section « Régularités » du site est celle qui nous intéresse particulièrement puisque c'est dans cette section que l'on aperçoit un début de généralisation.	Dans l'activité « Régularités répétitives », l'enfant doit : - observer une suite d'images et reproduire la suite en respectant ses propriétés, mais en utilisant d'autres images (voir ci-dessous)  - poursuivre une suite de formes - construire des suites de sons, bruits et mouvements

2. TakaSéries	
Description générale	**Tâches demandées à l'élève**
TakaSéries est un jeu de suites logiques conçu pour les enfants de 4 à 10 ans (gratuit en ligne ou application payante). L'enfant doit nourrir le serpent affamé en sélectionnant des formes et des couleurs identiques à son motif de base. Plus il avance dans le jeu, plus le serpent devient long à compléter et le motif de base contient un nombre plus élevé d'éléments. Ce jeu exerce la mémoire, l'observation, la prédiction et la vitesse de réflexion. Il y a trois niveaux de difficulté.	- Observer le nombre et les caractéristiques des formes présentés dans le motif de base (formes, agencement de couleur, etc.) - Identifier des figures identiques résultant de translations et rotations - Déterminer le prochain motif - Sélectionner le bon motif à partir d'une distribution présentée 

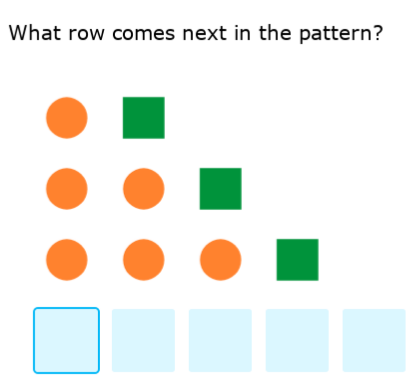
3. *MathFrog/abcya.com*

(Étude de régularités 2/*Moon Rock Pattern*, *Pattern generator*, Étude de régularité/*Fuzz Bugs*, *Shape Patterns*)

4. Lulu le lutin malin

(Qui manque?, Guirlande de fleurs, Le bon rythme)

5. Ixl (sections *patterns*)

Description générale	Tâches demandées à l'élève
3. Dans les activités de *MathFrog/abcya.com* (*Moon Rock Pattern, Fuzz Bugs Patterns, Pattern Generator, Shape Patterns*), l'élève doit soit compléter une suite de formes en respectant le motif de base présenté ou doit déterminer les motifs manquants placés au travers d'une suite de motifs. 4. Dans les activités de Lulu le lutin malin (Guirlande de fleurs, Le bon rythme, Qui manque?), l'élève doit soit compléter une suite de formes en respectant le motif de base présenté ou déterminer les motifs manquants placés au travers d'une suite à trou. 5. Dans Ixl (site anglophone), les activités sont regroupées par niveaux. Par exemple, en 1re année, dans la section *patterns*, on y retrouve des activités où l'élève doit copier un motif régulier basé sur des couleurs ou des formes. Il peut aussi créer son propre motif. En ce qui concerne les motifs croissants, on peut lui demander de copier une suite, de déterminer le terme manquant ou de dessiner la prochaine rangée. Ixl 	Dans des suites à motifs répétés ou à motifs croissants, l'élève doit : - observer le nombre et les caractéristiques des formes afin d'identifier le motif de base - recopier le motif de base - déterminer le prochain motif en le sélectionnant à partir d'une distribution présentée - compléter une suite de formes - identifier les formes manquantes dans une suite à trous - déterminer la prochaine rangée d'une suite à motifs croissants *MathFrog* (Études de régularités 2) *Abcya.com* (*Moon Rock Patterns*)  *MathFrog* (Études de régularités) Abcya.com (*Fuzz Bugs Patterns*)  Lulu le lutin malin (Qui manque?) 

Concepts mathématiques visés 1. Identifier des figures isométriques 2. Décrire des régularités non numériques (suite de couleurs, formes, sons, gestes, etc.) 3. Observer et produire des régularités à l'aide de figures géométriques 4. Observer et produire des frises et des dallages à l'aide de la translation et de la rotation 5. Ajouter de nouveaux termes à une suite dont au moins les trois premiers termes sont donnés				
Description des tâches à réaliser	**Sous-tâches associées**	**Conditions atteintes (Radford)**	**Concepts mathématiques**	
X **Généralisation liée aux activités de motifs *(patterns)* numériques et géométriques**	X Classification et ordre d'objets par grosseur, nombre ou autre propriété	✓ Indéterminée ✓ Dénotation ✓ Analycité	- Analyser les caractéristiques du motif de base (formes, grosseur, couleurs, particularités, répétitivité, etc.) - Dénoter les éléments relatifs à l'indéterminée (ex. : grosseur) quantitativement ou qualitativement - Classifier selon une démarche analytique	
	X Passage d'un mode de représentation à l'autre	✓ Indéterminée ✓ Dénotation ✓ Analycité	*Aquamath3-LearnAlberta* : observer une suite d'images (ex. : ☺☺♥♦☺) et la reproduire en respectant ses propriétés, mais avec d'autres	

			images (ex. : ♥♥♬☼♥)	
	☒ Description, généralisation et prédiction d'une séquence de *patterns* (sons, formes, suite numérique)	✓ Indéterminée ✓ Dénotation ✓ Analycité	✓ Induction naïve - Analyse du motif de base - Prédire une forme à partir du motif de base (compléter une suite à trou ou prolonger) - Prédire un terme à partir de son rang	Analycité peut être considérée comme atteinte lorsqu'on demande de prédire le $n^{\text{ème}}$ motif d'une suite (motif non consécutif) et dans le traitement des suites à motifs croissants
	☒ Analyse de la façon dont les *pattern*s répétitifs ou croissants sont générés	✓ Indéterminée ✓ Dénotation ✓ Analycité	- Déterminer la répétitivité du motif de base (motifs répétitifs) - Comprendre le fonctionnement des suites à motifs croissants afin d'en prédire le terme suivant	Idem (L'analycité peut être considérée comme atteinte lorsqu'on demande de prédire le $n^{\text{ème}}$ motif d'une suite (motif non consécutif) ou dans le traitement des suites à motifs croissants.)
	☐ Généralisation liée aux propriétés des opérations et structures numériques	☐ Indéterminée ☐ Dénotation ☐ Analycité	Non applicable avec les suites non numériques	

2.3 Analyse des ressources travaillant les suites numériques

Regroupement de différentes ressources visant les mêmes objectifs :

Suites numériques (arithmétiques et géométriques)

1. ***Aquamath 3-LearnAlberta*** **(Régularités croissantes et décroissantes)**
2. **Pepit (Calcul mental – suite à compléter 2e et 3e année)**
3. **Échos d'école (section numération : Défi suites CE et Défi suites CM)**
4. **Logiciel éducatif (Suites irrégulières de nombres)**
5. ***MathFrog/abcya.com*** **(Étude de régularités 1, Suites savantes)**
6. ***SplashMath/SplashLearn*** **($) (*grade 4-5 algebra : number patterns*)**
7. **Ixl (site anglophone, section *patterns and sequences*** (grade 4-5-6)**)**

<table>
<tr>
<th>Description générale</th>
<th>Tâches demandées à l’élève</th>
</tr>
<tr>
<td>

1. *Aquamath3-LearnAlberta* : voir grille précédente pour la description du site. L’activité « Régularités croissantes et décroissantes » fournit une suite numérique et demande à l’élève de prédire un terme, compléter les suites ou trouver la règle.

2. Dans les activités de Pepit (2e et 3e année :Calcul mental–suite à compléter), l’élève est amené à compléter une suite en suivant la régularité proposée ou en la devinant. Il doit prédire, à partir d’une suite de trois termes, les termes précédents ou suivants.

3. Dans les activités d'Échos d’école (section numération, activités Défi suites CE et CM), l’élève doit trouver le terme manquant dans différentes suites. Il doit lui-même trouver la régularité, cette dernière se complexifiant au fur et à mesure qu’il avance (régulière à irrégulière (ex : +3 suivi de -2)).

4. Dans Logiciel éducatif (Suites irrégulières de nombres), l’élève doit compléter les trois prochains termes de suites irrégulières.

5. Dans *MathFrog/abcya.com*, le jeu « Suites savantes » amène l’élève à créer sa propre régularité ou à prolonger des suites non complétées ou à trouver des régularités. Dans le jeu « Études de régularités 1 » (*Town Creator Patterns*), afin de compléter la construction d’une ville, l’élève doit choisir le bon terme qui manque dans une suite de nombres. Il peut choisir le niveau de difficulté des régularités à trouver (régulières ou irrégulières). Un autre jeu semblable (*Number Patterns*) est présenté avec un visuel différent.

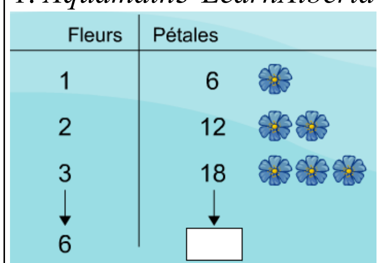
6. Dans *SplashMath/SplashLearn*, dans la section *algebra/number patterns* pour la 4e année, on

</td>
<td>

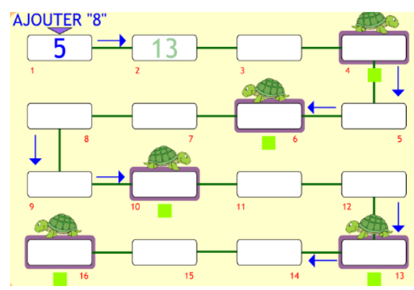
Dans les activités présentées, l’élève doit :

- déterminer la régularité d’une suite (croissante, décroissante, régulière, irrégulière, etc.)
- prédire le prochain terme, le terme précédent ou des termes à partir de leur rang dans une suite
- déterminer des termes manquants pour compléter une suite
- traduire une situation (problèmes écrits) par une suite pour ensuite prédire un terme

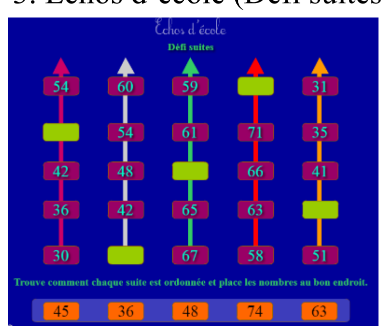
1. *Aquamath3-LearnAlberta*



2. Pepit (Calcul mental–suite à compléter)



3. Échos d’école (Défi suites CE)

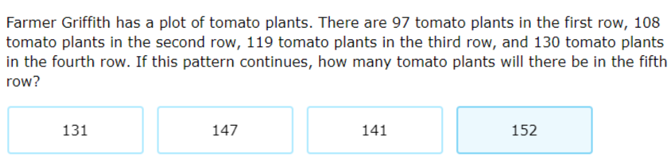


</td>
</tr>
</table>

demande soit aux élèves de trouver des termes manquants dans une suite en leur donnant la règle (addition, soustraction ou multiplication) ou, à l'inverse, on leur présente une suite et ils doivent choisir la règle parmi des choix donnés. Pour la 5e année, on donne une règle et on demande aux élèves de compléter une table de valeurs.

7. Dans Ixl, dans la section *numbers and sequences*, l'élève est amené à compléter ou à trouver un terme manquant dans des suites numériques à régularité croissante (ex : +2, +3, +4…) ou des suites géométriques (ex : x3). Il y a également une section avec des problèmes écrits que l'élève doit résoudre à l'aide des suites.

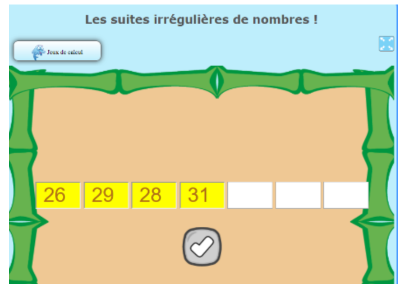
7. Ixl (problèmes écrits)



Farmer Griffith has a plot of tomato plants. There are 97 tomato plants in the first row, 108 tomato plants in the second row, 119 tomato plants in the third row, and 130 tomato plants in the fourth row. If this pattern continues, how many tomato plants will there be in the fifth row?

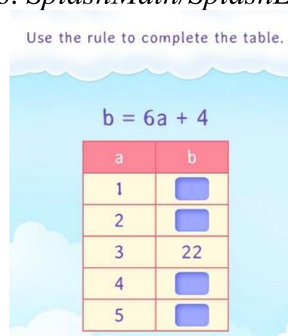
131 147 141 152

4. Logiciel éducatif (Suites irrégulières de nombres)



5. *Mathfrog/abcya.com*
(*Town Creator* et *Number Patterns*)

6. *SplashMath/SplashLearn*



Concepts mathématiques visés

Régularités répétitives ou irrégulières (croissantes ou décroissantes, géométriques)

- Décrire des régularités numériques ou des suites de nombres
- Ajouter de nouveaux termes à une suite dont au moins les trois premiers termes sont donnés
- Recherche de termes manquants en effectuant des additions, soustractions, et multiplications
- Compter les nombres naturels par bonds
- Déterminer un terme manquant dans une équation (relations entre les nombres)
- Traduire une situation par une suite

Description des tâches à réaliser	**Sous-tâches associées**	**Conditions atteintes (Radford)**	**Concepts mathématiques**	**Commentaires**
X **Généralisation liée aux activités de motifs *(patterns)* numériques et géométriques**	X Classification et ordre d'objets par grosseur, nombre ou autre propriété	✓ Indéterminée ✓ Dénotation ✓ Analycité	- Déterminer la grosseur du terme manquant (dénoter quantitativement) suite à l'analyse du type de suite (croissante, décroissante, géométrique) - Analyse générale du type de régularité (répétitive ou irrégulière)	L'élève doit avoir un regard général par rapport à l'ordre et la classification des termes présentés et non se baser seulement sur la régularité entre deux termes consécutifs.
	X Passage d'un mode de représentation à l'autre	✓ Indéterminée ✓ Dénotation ✓ Analycité	Dans les cas suivants : - tables de valeurs à compléter (règle à table de valeurs) - problèmes écrits (écrire la suite de termes en fonction des bons rangs + résoudre problème (textuel à numérique))	Ex. : Ixl propose des problèmes écrits sans toujours présenter un support visuel. L'élève doit donc assumer la responsabilité du passage du mode de représentation textuel à la table de valeurs pour débuter le problème.
	X Description, généralisation et prédiction	✓ Indéterminée ✓ Dénotation ✓ Analycité	✓ Induction naïve ✓ Généralisation arithmétique	Analycité peut être considérée comme atteinte lorsqu'on demande de

	d'une séquence de *patterns* (sons, formes, suite numérique, etc.)		- Trouver la régularité (répétitive, irrégulière, croissante ou géométrique) - Appliquer la régularité pour déterminer un $n^{ième}$ terme	prédire un $n^{ème}$ terme. Dans l'exemple de *Aquamath3-LearnAlberta* illustré plus haut, l'élève doit, à partir de la table de valeurs présentée, prédire le $6^{ème}$ terme de la suite. Il pourrait le déduire avec une méthode par comptage, mais il a également l'option d'appliquer la règle associée à la suite.
	$\boxed{X}$ Analyse de la façon dont les *pattern*s répétitifs ou croissants sont générés	✓ Indéterminée ✓ Dénotation ✓ Analycité	- Généralisation algébrique à partir d'additions, soustractions ou multiplications (basée sur quelques exemples concrets) - Compréhension généralisée, au-delà de la prédiction d'un prochain terme - Appliquer la régularité pour déterminer un terme	Analycité peut être considérée comme atteinte lorsqu'on demande de prédire un $n^{ème}$ terme

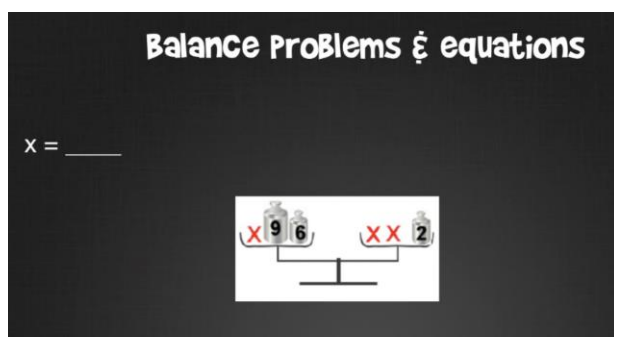
			manquant ou non consécutif	
	X Généralisation liée aux propriétés des opérations et structures numériques	✓ Indéterminée ✓ Dénotation ✓ Analycité	- L'élève est amené à travailler sur les opérations et leurs propriétés. Il travaille sur des généralités. Ex : commutativité de l'addition dans la suite : 2, 5, ☐, 11. (2 + 3 = 3 + 2 = 5, 5 + 3 = 3 + 5 = 8).	

2.4 Analyse des ressources travaillant la relation d'équivalence

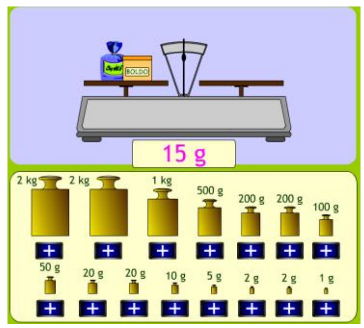
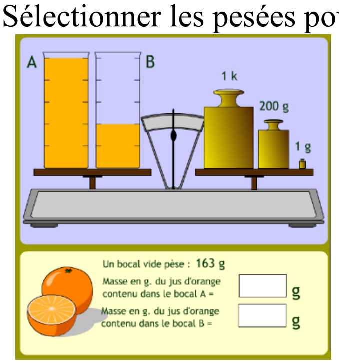
Regroupement de différentes ressources travaillant **la relation d'équivalence** (support visuel de la balance)	
1. *Hands-On Math* ($) (*Equations* 1-2-3 ou *Number Balance*)	
Description générale	**Tâches demandées à l'élève**
Hands-On Math Number Balance fournit un environnement interactif pour apprendre et consolider les concepts de l'addition, la multiplication et la résolution de problème. Huit niveaux de difficulté sont offerts. Le principal défi est de trouver une somme ou un produit en tentant de mettre la balance en équilibre. *Hands-On Math Equations 1* permet d'apprendre la résolution d'équations. La variable inconnue est représentée par un pion bleu et les constantes par des cubes rouges. L'objectif est de déterminer la valeur manquante représentée par le pion bleu. Dans la leçon 1, les icônes ne peuvent pas être déplacées, donc l'élève doit utiliser sa logique ou procéder par essai-erreur pour trouver la valeur manquante. À partir de la leçon 2, l'élève peut placer les pièces sur la balance pour se représenter les deux côtés de l'équation à résoudre. Finalement, à la leçon 3, l'élève peut retirer des pions et des cubes de la balance pour résoudre. Un crochet détermine une bonne réponse. Dans *Hands-On Equations 2-3*, on introduit respectivement la présence de l'opposé de	*Hands-On Math Number Balance* - Effectuer des additions, soustractions et multiplications - Déterminer si un nombre est plus petit ou plus grand qu'une somme ou un produit présenté  *Hands-On Math* Equations 1-2-3 Tout en gardant la balance en équilibre : - déterminer la valeur du pion bleu (inconnue) - représenter l'équation avec des pions et cubes - résoudre l'équation en éliminant des pièces de chaque côté de la balance - utiliser les opposés pour annuler des pions (bleus vs blancs) ou des cubes (rouges vs verts)

<table>
<tr>
<td>l’inconnue avec le pion blanc, appelé étoile, et l’opposé de la constante par un cube vert.</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

2. *ITooch 5^th^ Grade* ($)

<table>
<tr>
<th>Description générale</th>
<th>Tâches demandées à l’élève</th>
</tr>
<tr>
<td>Dans ITooch 5th grade (measuring and estimating), une balance contenant des variables x et des nombres sur chacun de ses plateaux est présentée. L’élève doit directement trouver la valeur numérique de l’inconnue x. Il n’est pas possible de déplacer les éléments sur la balance. La seule action possible pour l’élève est l’utilisation d’un crayon en ligne. Parfois, il n’y a pas de balance en support visuel et on présente directement une équation à résoudre. Bref, l’élève est amené à résoudre des expressions du genre $3x + 9 = x + 27$. À d’autres moments, on demande à l’élève de sélectionner l’équation qui représente la balance sans toutefois la résoudre.</td>
<td>- Observer les éléments placés de chaque côté de la balance ou observer une équation pour déterminer la valeur numérique de la variable inconnue « x » soit en utilisant sa logique, en résolvant à l’écrit ou par essai-erreur.
- Sélectionner la bonne équation, parmi différents choix, qui représente la situation présentée sur une balance.

</td>
</tr>
</table>

3. Pepit (Masses et tares, Balance, Contenances)

Description générale	Tâches demandées à l'élève
Dans Pepit (Balance-équilibrer les plateaux et Masses et tares), on demande aux élèves d'équilibrer une balance. D'un côté, on voit des objets dont on connaît le poids total ou dont il faut le calculer et de l'autre, il faut choisir parmi une sélection de pesées afin de mettre un poids équivalent et d'équilibrer la balance.	Balance à équilibrer et Masses et tares - Calculer le poids total du premier côté de la balance en effectuant des additions et des conversions d'unités - Sélectionner les pesées pour équilibrer la balance en effectuant des additions et des conversions d'unités  Balance-équilibrer les plateaux
Dans l'activité « Contenances inégales à trouver », une balance en équilibre est présentée. D'un côté, il y a une série de poids et de l'autre deux contenants de jus gradués. Le poids d'un contenant vide de jus est donné. L'élève doit trouver le poids correspondant à la quantité de jus contenue dans chaque contenant.	Contenances inégales à trouver - Calculer le poids total d'un côté de la balance (additions et conversions d'unités) - Soustraire le poids des contenants de jus - Déduire le poids de chaque « portion » de jus (résolution algébrique, déduction, essai-erreur) - Déterminer le poids total du jus de chaque contenant (valeur numérique) - Sélectionner les pesées pour équilibrer 

Concepts mathématiques visés				
1. Déterminer la valeur numérique d'un terme manquant dans une équation 2. Utiliser des propriétés mathématiques (ex. : réflexivité, symétrie et transitivité de l'égalité) 3. Déterminer des équivalences numériques à l'aide de relations entre les opérations et la distributivité 4. Construire une expression algébrique à partir d'un registre de représentation 5. Construire des expressions algébriques équivalentes 6. Reconnaître des égalités et des équations 7. Représenter une situation à l'aide d'une équation de premier degré à une inconnue 8. Transformer des équations pour en conserver l'équivalence 9. Utiliser différentes méthodes pour résoudre des équations du 1er degré à une inconnue se ramenant à la forme $ax + b = cx + d$: essais systématiques, dessins, méthodes arithmétiques (opérations inverses ou équivalentes), méthodes algébriques (méthode de l'équilibre ou du terme caché)				
Description des tâches à réaliser	**Sous-tâches associées**	**Conditions atteintes (Radford)**	**Concepts mathématiques spécifiques**	**Commentaires**
X **Représentation des relations entre les quantités**	X Symbolique X Picturale X Textuelle X Verbale	✓ Indéterminée ✓ Dénotation ✓ Analycité	- Passer d'un mode de représentation à un autre (images à expressions algébriques à valeur numérique) - Trouver des relations entre les éléments présentés sur la balance Ex. :1 pion bleu = 3 cubes Ex. : 7 unités de jus = 1400 g	

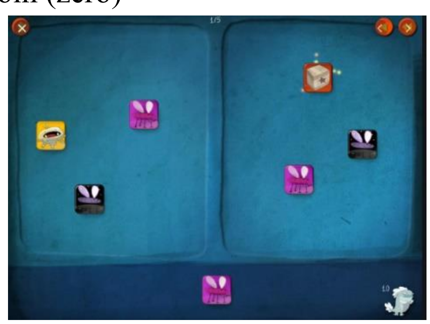
$\boxed{\text{X}}$ **Relation d'équivalence**	$\boxed{\text{X}}$ Statut d'équivalence du signe d'égalité $\boxed{\text{X}}$ Généralisation des propriétés des opérations et de la distributivité	✓ Indéterminée ✓ Dénotation ✓ Analycité	- Construire des équations à partir de quantités connues et d'expressions algébriques équivalentes (ex. : 5 pions + 2 cubes unités = 2 pions + 14 cubes unités - Transformer des égalités arithmétiques (ex. : *Hands-On Number Balance*) et des équations pour en conserver l'équivalence - Résoudre des équations afin de déterminer la valeur d'une ou des variables inconnues Ex. : 1 pion = 8 Ex. : 1 unité de jus = 250 g - Déterminer des valeurs numériques Ex. : 1 contenant de jus = 3 x 250g + poids du contenant - Tenir compte des propriétés des opérations (ex. : mises en évidence simples, trouver coefficient commun (distributivité))	Analycité non présente dans *Hands-On Number Balance* ni dans les activités « Masses et tares » et « Balance-équilibrer les plateaux » de Pepit

2.5 Analyse de *Dragon Box Algebra 5+*

<table>
<tr><th colspan="2">Dragon Box Algebra 5+ ($)</th></tr>
<tr><th>Description générale</th><th>Tâches demandées à l’élève</th></tr>
<tr><td>L’objectif du jeu est d’apprendre à résoudre des équations du premier degré en progressant dans cinq chapitres comportant chacun 20 niveaux. Un écran séparé en deux sections représente l’équation et il faut trouver la valeur de l’inconnue (valeur numérique ou symbolique) pour passer au niveau suivant. L’inconnue est représentée par une boîte (Dragon Box) et les termes sont illustrés par des cartes que le joueur doit éliminer en utilisant des anti-cartes. À un niveau plus avancé, le joueur peut lui-même introduire des cartes afin d’isoler la boîte. Dans ce cas, une case s’affiche également de l’autre côté pour forcer le joueur à ajouter la même carte de l’autre côté. Au fur et à mesure que le joueur progresse dans les chapitres, on voit apparaître la notation symbolique avec des cartes lettrées, l’apparition du tourbillon comme zéro et la représentation des multiplications et des divisions.


</td>
<td>Tout en gardant l’équilibre entre les deux côtés de l’écran, le joueur doit déterminer ce que représente la boîte (inconnue) en déterminant son symbole ou sa valeur numérique :

- éliminant les éléments identiques de chaque côté
- introduisant des cartes supplémentaires (qui s’ajoutent de chaque côté automatiquement pour conserver le concept de l’équivalence)
- utilisant les anti-cartes pour éliminer des icônes
- résolvant le problème à l’aide des 4 opérations et de l’utilisation du tourbillon au besoin (zéro)


</td></tr>
</table>

Concepts mathématiques visés

1. Déterminer un terme manquant dans une équation
2. Utiliser des propriétés mathématiques
3. Construire une expression algébrique à partir d'un registre de représentation
4. Construire des expressions algébriques équivalentes
5. Reconnaître des égalités et des équations
6. Représenter une situation à l'aide d'une équation de premier degré à une inconnue
7. Transformer des équations pour en conserver l'équivalence
8. Déterminer des équivalences numériques à l'aide de relations entre les opérations (addition, soustraction, multiplication et division)
9. Utiliser différentes méthodes pour résoudre des équations du 1er degré à une inconnue se ramenant à la forme $ax + b = cx + d$: essais systématiques, dessins, méthodes arithmétiques (opérations inverses ou équivalentes), méthodes algébriques (méthode de l'équilibre ou du terme caché)

Description des tâches à réaliser	Sous-tâches associées	Conditions atteintes (Radford)	Concepts mathématiques spécifiques	Commentaires
☒ **Représentation des relations entre les quantités**	☒ Symbolique ☒ Picturale ☒ Textuelle ☒ Verbale	✓ Indéterminée ✓ Dénotation ✓ Analycité	- Se représenter les nombres relevant du registre figural (carte à manipuler) et du registre symbolique (présence des opposés et des opérations) - Passer d'un mode de représentation à un autre (images à expressions algébriques à valeur numérique), surtout dans les niveaux plus avancés	- Conversion possible entre les différents registres dans les niveaux plus avancés

X **Relation d'équivalence**	X Statut d'équivalence du signe d'égalité X Généralisation des propriétés des opérations et de la distributivité	✓ Indéterminée ✓ Dénotation ✓ Analycité	L'écran séparé en deux sections représente l'équation (équivalence). Le joueur doit: - se représenter les deux écrans à l'aide d'une équation du 1er degré à une inconnue et avec des expressions algébriques : quantités inconnues représentées par la boîte (registre iconique) ou la carte affichant X (registre symbolique) - résoudre l'équation afin de déterminer le symbole ou la valeur numérique de la boîte ou du X. - déterminer des équivalences numériques ou symboliques afin d'éliminer des icônes identiques de chaque côté (4 opérations) - transformer des équations pour en conserver l'équivalence	L'accent est mis davantage sur la résolution que sur la manipulation d'équations. La représentation des nombres sous forme de cartes ne permet pas de faire ressortir les propriétés des opérations.

2.6 Analyse des ressources travaillant la recherche d’une valeur inconnue

Regroupement de ressources travaillant :

La recherche d’une valeur inconnue

1. *Dragon Box Number* ($)

Description générale	Tâches demandées à l’élève
1. *Dragon Box Numbers* vise l’apprentissage de la nature des nombres, des relations et des opérations. Les *nooms*, représentés par des monstres représentant chacun un nombre de 1 à 10, peuvent être combinés et décomposés pour former d’autres nombres compris entre 10 et 100. Il existe 4 types de jeux. Par exemple, le puzzle consiste en une grille à compléter pour former un dessin. Il faut compléter la grille en créant le *noom* correspondant au nombre demandé en utilisant les *nooms* suggérés. Dans les niveaux plus avancés, ce ne sont pas tous les *nooms* qui sont disponibles (ex. : seuls des 4 et des 6 sont à la disposition du joueur) et le nombre de décompositions augmente. Les trois autres jeux, soit l’échelle, la course et le jeu libre, travaillent les nombres supérieurs à 10 à composer en respectant des contraintes précises, le calcul mental de l’écart entre certains nombres l’exploration de la combinaison et de la décomposition de nombres.	- Trouver le *noom* inconnu pour compléter un dessin (trouver le complément exact d’un nombre ou plusieurs *nooms* totalisant le nombre recherché) - Effectuer des additions et des soustractions (décomposition ou combinaison de *nooms*) - Calculer l’écart entre deux *nooms* - Construire des plus grands *nooms* à partir de petits *nooms*. - Comparer des *nooms*  

2. Pepit (Calcul croisé)
3. Échos d'école (Addicub, Chemin codé)
4. Logiciel éducatif (Carré magique et Pyramides d'addition)

Description générale

2. Pepit

Le jeu « Calcul croisé » demande de compléter une grille constituée d'équations et composée de termes manquants, d'additions, de soustractions, de multiplications et de divisions. L'élève doit utiliser sa logique, car il ne peut pas procéder dans n'importe quel ordre afin de trouver les nombres manquants. Il y a 9 niveaux de difficulté. Au niveau 1, il n'y a que des additions à effectuer. Plus on avance dans les niveaux, plus les types d'opérations à effectuer sont mélangés.

3. Échos d'école

Dans le jeu « Addicub », chaque cube lettré possède une valeur. La somme de chaque ligne/colonne est donnée ou à trouver. L'objectif est de trouver la valeur de chaque cube (A, B, C) ainsi que la somme de chaque ligne et chaque colonne. Il y a trois niveaux de difficulté.

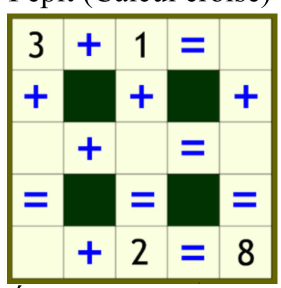
Dans le jeu « Chemin codé », l'élève peut choisir entre deux options, soit des trajets totalisants 10 ou 100, afin de faire traverser les voitures jusqu'à leur stationnement. Il doit effectuer des additions et des soustractions afin de déduire les nombres manquants pour totaliser 10 ou 100.

Tâches demandées à l'élève

Dans chacun des jeux, l'élève doit :

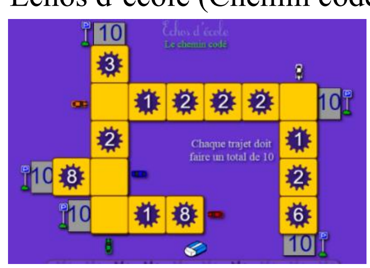
- effectuer des additions, soustractions, multiplications et divisions
- déterminer des nombres manquants dans des équations
- isoler une variable inconnue

Pepit (Calcul croisé)



Échos d'école (Addicub)

Échos d'école (Chemin codé)

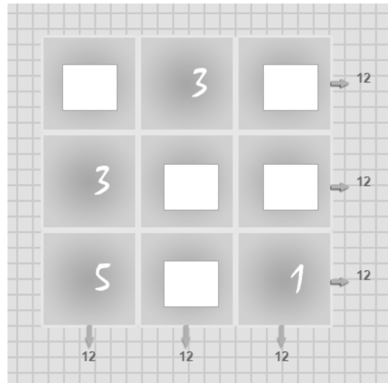


4. Logiciel éducatif

Le jeu « Carré magique » est composé de 9 cases (3 lignes et 3 colonnes) dont certaines contiennent un nombre et d'autres sont vides. L'objectif est de remplir les cases vides afin que la somme de chacune des 3 lignes et des 3 colonnes soit celle identifiée par le jeu.

Le jeu « Pyramides d'addition » demande à l'élève de remplir les cases vides. Chaque case représente la somme des deux cases placées dessous. Dans les premiers niveaux, il ne suffit que de faire des additions à partir de la ligne de base de la pyramide afin d'atteindre le sommet. Plus on avance dans les niveaux, plus les nombres donnés au départ sont éparpillés dans la pyramide, ce qui amène l'élève à utiliser sa logique afin de déduire les mesures manquantes en effectuant soit des additions ou des soustractions. L'élève ne peut procéder dans n'importe quel ordre.

Logiciel éducatif (Carré magique)



Logiciel éducatif (Pyramides d'addition)

Concepts mathématiques visés

1. Composer et décomposer un nombre naturel de différentes façons
2. Reconnaître et établir la relation d'égalité entre les expressions numériques (ex : 4+3 = 6+1)
3. Reconnaître l'opération à effectuer dans une situation
4. Déterminer des équivalences numériques à l'aide de relations entre les opérations
5. Développer le répertoire mémorisé de l'addition et de la soustraction
6. Développer des processus de calcul mental (somme et différence de deux nombres naturels)
7. Déterminer un terme manquant dans une équation
8. Déterminer la valeur numérique d'une expression

Description des tâches à réaliser	Sous-tâches associées	Conditions atteintes (Radford)	Concepts mathématiques spécifiques	Commentaires
X **Représentation des relations entre les quantités**	X Symbolique X Picturale X Textuelle X Verbale	✓ Indéterminée ✓ Dénotation ✓ Analycité	- Passer d'un mode de représentation à un autre Ex. : *DragonBox*: *noom* rouge + *noom* bleu = 10 Ex. : Addicub A+A+A+B=35	
X **Relation d'équivalence**	X Statut d'équivalence du signe d'égalité X Généralisation des propriétés des opérations et de la distributivité	✓ Indéterminée ✓ Dénotation ✓ Analycité	- *DragonBox Number* (comparaison de *nooms*), Carré magique et Chemin codé : égalité perçue comme relation d'équivalence - Construire des équations à partir de quantités connues et d'expressions algébriques équivalentes Ex. : Pyramides d'addition $15 + x = y$ $y + 28 = 45$ - Résoudre des équations afin de déterminer la valeur des inconnues - Déterminer équivalences numériques (ex. : 3 cubes A = 10)	- *DragonBox Number* (combinaison de *nooms* pour créer un nouveau nombre) et Addicub : signe d'égalité perçu comme annonciateur d'un résultat - Le jeu de course et le jeu de l'échelle imposent un traitement analytique et ne permettent pas de fonctionner par essai-erreur (3 conditions de Radford atteintes).

3. ANALYSE DES RÉSULTATS

Pour faire suite à la présentation des grilles, une analyse des résultats sera faite afin de déterminer les ressources à conserver pour la banque d'outils, soit celles détenant un potentiel de contribuer au développement de la pensée algébrique chez les enfants du primaire.

3.1 *SolveMe Mobiles*

SolveMe Mobiles s'avère être une belle découverte parmi les ressources recensées. Cette dernière fera assurément partie de la banque d'outils. La représentation des relations entre les quantités et la relation d'équivalence sont très bien illustrées dans ce jeu. L'analyse de cette ressource permet de confirmer l'atteinte des trois conditions de Radford (2014). En effet, l'indéterminée est représentée par la présence de plusieurs inconnues à trouver (valeur attribuée à chaque forme), la dénotation est présente dans la façon de symboliser l'indéterminée avec l'utilisation des formes autant dans le mobile que lorsque le joueur fait afficher l'équation (ex. : $\Delta + \heartsuit = 3\heartsuit$) et effectue des opérations simultanément des deux côtés du mobile (ex. : $\Delta + \heartsuit = 3\heartsuit \rightarrow \Delta = 2\heartsuit$). L'analycité se perçoit lorsque le joueur résout les équations, surtout dans les niveaux plus avancés où il doit considérer certaines inconnues comme des valeurs connues pour continuer à progresser et ainsi résoudre le mobile. Le traitement analytique est présent également lorsque l'élève suppose une forme ou une expression de départ et trouve des formes ou expressions successives. De plus, dans la relation entre les quantités se dégage une démarche hypothéticodéductive qui est de l'ordre du traitement analytique.

Finalement, même si le jeu est anglophone, il contient peu de texte et d'explications, donc cela ne constitue pas un frein à l'utilisation de cette ressource. Ce jeu pourrait également être utilisé en classe, à titre de support visuel, pour accompagner une activité de verbalisation ou d'écriture textuelle.

3.2 Suites non numériques à motifs répétés ou croissants

Dans cette catégorie, plusieurs jeux poursuivaient les mêmes objectifs, soit la généralisation liée aux activités de motifs : classification et ordre d'objets, passage d'un mode de représentation à l'autre, description, généralisation et prédiction d'une séquence de patterns et, finalement, analyse de la façon dont les *pattern*s répétitifs ou croissants sont générés. Les conditions de Radford (2014) sont majoritairement atteintes par les différentes ressources analysées. Par exemple, les jeux « Régularités répétitives » de *Aquamath 3 – LearnAlberta* et les portions des autres jeux qui demandent de prédire un n$^{\text{ième}}$ terme permettent de raisonner de façon analytique. Un autre élément intéressant de ces jeux consiste en la rétroaction offerte à l'élève pour l'aider à progresser (ex. : à la 1$^{\text{re}}$ erreur commise, il apparaît une explication globale, à une 2$^{\text{e}}$ erreur, on voit une explication détaillée, à la 3$^{\text{e}}$ erreur, la notion est réexpliquée de façon interactive (animation expliquant la procédure à l'aide d'un exemple visuel) et, à la 4$^{\text{e}}$ erreur, une solution est proposée à l'élève).

Les jeux présentés dans cette section permettent d'aborder le développement de la pensée algébrique en touchant à la présence d'une indéterminée (motif de base ou motif manquant) et à la dénotation (ex.: trouver le motif suivant). Quant à lui, le traitement analytique n'est pas une condition observée lors de l'analyse de tous les jeux. Toutefois, comme mentionné plus haut, cela est observé dans certains jeux (ex. : prédire un $n^{ième}$ terme). Il serait donc possible d'amener les élèves jusque-là si des aménagements sont effectués de la part de l'enseignant. Pour ces raisons, toutes les ressources évaluées dans cette grille seront conservées.

3.3 Suites numériques arithmétiques ou géométriques

À différents niveaux, les activités des ressources présentées dans la grille des suites numériques contribuent au développement de la pensée algébrique. Que les suites soient arithmétiques, géométriques, à régularité croissante, décroissante, régulière ou irrégulière, elles permettent aux élèves de s'approprier la présence d'une indéterminée. Cette inconnue est représentée par le terme à trouver. Elle peut également être représentée par la régularité à découvrir. Elle est symbolisée par une case vide à remplir, une ligne, un point d'interrogation, la régularité à trouver, etc. Dans la représentation des relations entre quantités, certains éléments relatifs à l'indéterminé sont présents, par exemple la grosseur.

La dénotation est considérée lorsque l'élève utilise la régularité pour prédire un terme suivant, manquant ou précédent ou pour représenter quantitativement la grosseur du nombre recherché. L'analycité, quant à elle, peut être observée dans *Aquamath3-LearnAlberta* et *ilx* lorsqu'on demande à un élève de prédire un terme en fonction de son rang ou l'inverse. L'élève n'a d'autre choix que d'utiliser son raisonnement analytique en jonglant avec cet inconnu et en réalisant des opérations (en fonction de la régularité) comme s'il était un nombre connu. Il va donc devoir découvrir la généralité à appliquer plutôt que d'utiliser le comptage position par position. Dans les autres jeux, lorsque l'élève recherche les nombres manquants ou la régularité, il doit également suivre une démarche hypothéticodéductive qui est de l'ordre d'une démarche analytique, ce qui lui permet également de faire des classifications. Toutes les ressources des suites numériques seront conservées, à l'exception de *SplashMath/SplashLearn*. En effet, elles permettent toutes de travailler, à différents niveaux, les trois conditions de Radford (2014). De plus, les jeux identifiés offrent des occasions d'utiliser non seulement l'induction naïve et la généralisation arithmétique, mais également la généralisation algébrique. En effet, selon Vlassis et al. (2017), identifier et exprimer des généralités supposent un raisonnement hypothéticodéductif qui est de l'ordre de l'analyticité. Elles consistent donc en des opportunités essentielles pour développer la pensée algébrique.

L'application *SplashMath/SplashLearn* ne sera pas retenue pour différentes raisons. Tout d'abord, il faut considérer qu'il s'agit d'une application payante. Il y a donc lieu d'évaluer la pertinence de débourser un certain montant pour y accéder. Les activités pertinentes et reliées à l'algèbre représentent une très petite proportion de l'ensemble du matériel proposé par l'application, ce qui n'en justifie donc pas le prix. De plus, les activités de la 5e année sont axées sur des activités d'applications directes de l'algèbre généralement travaillée au secondaire (ex. : compléter une table de valeurs à partir de la règle) plutôt que sur des activités de découverte et de généralisations favorisant le développement d'une pensée algébrique. Finalement, les activités reliées aux suites et aux activités de généralisations de *SplashMath/SplashLearn* sont similaires à ce qui est offert par les autres ressources gratuites analysées, donc elles n'offrent pas de plus-value.

3.4 Ressources travaillant le concept d'équivalence (utilisation du support visuel de la balance)

Parmi les ressources présentées dans la grille d'analyse, seulement deux d'entre elles seront conservées : *Hands-On Equations* et Pepit (Contenances inégales à trouver). Ces activités atteignent toutes les conditions de Radford (2014) et permettent vraiment de travailler les relations entre les quantités et la relation d'équivalence. Cette dernière s'appuie sur trois propriétés, soit la réflexivité, la symétrie et la transitivité et est le lieu par excellence où se déploie l'utilisation de de la régularité des opérations.

Dans *Hands-On Equations*, l'indéterminée consiste en la valeur attribuée au pion bleu à trouver, la dénotation est observée par les opérations faites sur cet inconnu et l'analycité est perçue dans le raisonnement que l'élève doit mettre en œuvre pour trouver la valeur de l'inconnue en l'utilisant comme si elle était une valeur connue (possibilité offerte à l'élève de manipuler les pions, d'en éliminer de chaque côté de la balance en respectant l'équivalence, d'utiliser les pions ou cubes opposés pour réduire, etc.). Dans Pepit (Contenances inégales à trouver), on retrouve également ces mêmes éléments. Ce qui diffère est la place qu'occupe l'inconnue dans le problème. Non seulement l'élève doit trouver le poids d'une « portion » de jus, il doit également trouver le poids de chaque contenant à partir de cette unité en utilisant le concept de valeur numérique. Ce jeu est moins dirigé que *Hands-On Equations*. L'élève doit lui-même figurer comment isoler l'inconnue sans avoir une équation proprement écrite pour le guider. L'application *Hands-On Equations* est payante, mais le prix est justifié par rapport au potentiel algébrique qu'il propose. Quant à lui, le jeu « Contenances inégales à trouver » est gratuit.

L'analyse plus approfondie des ressources amène à rejeter *ITooch 5th Grade*, *Hands-On Balance* et deux activités de Pepit (Balance-plateaux à équilibrer et Masses et tares). Dans *ITooch 5th Grade*, les trois conditions de Radford (2014) sont réunies. Toutefois, il est impossible pour l'élève de faire des manipulations d'objets sur la balance afin d'en comprendre le concept d'équivalence. Tout ce qui s'offre à lui est une image fixe de la balance, ce qui semble davantage être une application directe de la résolution algébrique et non un véhicule pour développer la pensée algébrique. De plus, *ITooch 5th Grade*, *Hands-On Balance* est une application payante et son prix ne justifie pas la faible quantité d'activités algébriques qui sont contenues sur la plateforme, car elles sont regroupées dans une seule section sur un total de 72 sections. Les activités de Pepit (Balance-plateaux à équilibrer et Masses et tares) ainsi que *Hands-On Number Balance* seront rejetées également. Bien qu'elles permettent d'aborder le concept d'équivalence (deux plateaux de même poids ou valeur numérique contenant des objets de valeurs ou poids différents), il n'y a pas de présence de valeur inconnue à trouver. Effectivement, le poids total d'un plateau de la balance est inconnu, mais consiste davantage à une somme à calculer. Il n'y a donc pas de dénotation ni de raisonnement analytique qui se dégagent de ces jeux.

3.5 *Dragon Box Algebra* 5+

Certains arguments qui seront apportés dans cette section proviennent de Venant et Migneault (2017) qui ont analysé la suite de jeux *Dragon Box* par rapport au développement de la pensée algébrique précoce. Bien que des auteurs ne s'entendent pas tous nécessairement sur le potentiel algébrique de ce jeu, il n'en demeure pas moins qu'il possède suffisamment d'attributs pour être conservé dans la banque d'outils. Les relations entre les quantités est mise en valeur lorsque le joueur se représente les nombres relevant du registre figural (ex. : carte à manipuler) ou du registre symbolique (ex. : présence des opposés et des opérations). De plus, cette représentation est présente lorsqu'il passe d'un mode de représentation à un autre, surtout dans les niveaux plus avancés (Venant et Migneault, 2017). En ce qui concerne la relation d'équivalence, elle est illustrée par l'écran séparé en deux sections et par le besoin du joueur d'équilibrer les deux côtés. L'inconnue (indéterminée) est représentée par le symbole ou valeur numérique manquante pour que les deux écrans soient en équilibre. Elle est symbolisée par la boîte appelée *Dragon Box* ou la carte affichant X. En effectuant des opérations sur la boîte ou la carte X, l'élève fait preuve de dénotation. Finalement, l'analycité est présente lors de la résolution d'une équation du 1er degré créé par le joueur (écrite ou imagée). En effet, l'élève est amené à déterminer des équivalences numériques ou symboliques afin d'éliminer des icônes identiques de chaque côté. Il doit utiliser les 4 opérations pour transformer les équations et ainsi en conserver l'équivalence. Lorsqu'il manipule les icônes pour isoler la boîte ou la carte affichant X, l'élève utilise un raisonnement analytique en traitant l'inconnue comme si elle était connue afin de l'isoler. Toutefois, selon Venant et Migneautl (2017), la représentation des nombres sous forme de cartes ne permet pas de faire ressortir les propriétés des opérations. Les auteurs dénotent également la faiblesse des représentations numériques (notion d'opposé peu développée, opérations perçues comme règles du jeu seulement, etc.). Aussi, le jeu est très directif et il n'offre pas la possibilité au joueur de découvrir les règles de manipulations par lui-même.

Par contre, grâce à la conceptualisation de liens entre les notions d'inconnues, de solution et d'égalité, le jeu avance lentement vers une pensée analytique. Pour cette raison et celles mentionnées précédemment, le jeu *Dragon Box* atteint les trois conditions de Radford (2014). Il sera donc conservé pour la banque d'outils contribuant au développement de la pensée algébrique. Il s'agit d'une application payante, mais son coût est pleinement justifié.

3.6 Ressources travaillant la recherche d'une valeur inconnue

Toutes les ressources analysées dans cette grille seront conservées. Tout d'abord, *Dragon Box Number* constituera une ressource importante dans notre banque d'outils même si cette application est payante. Malheureusement, dans certains jeux (ex. : combiner des *nooms* pour en créer un nouveau), la conception du signe d'égalité est l'annonciateur du résultat d'une opération. En effet, l'égalité est représentée soit par la création d'un nouveau nombre résultant d'une combinaison soit par la comparaison de hauteurs de *nooms*. Toutefois, lorsqu'on compare des *nooms*, c'est la relation d'équivalence qui est mise de l'avant. Le nombre, quant à lui, est représenté de façon dynamique dans le jeu. Chaque *noom*, dont la hauteur est proportionnelle au nombre qu'il représente, est un élément faisant partie des entiers naturels composés par l'addition. En progressant dans les différents niveaux du jeu, le joueur est amené à généraliser certaines propriétés de l'addition telles que la commutativité et l'associativité. Finalement, bien que l'accent principal de *Dragon Box Numbers* ne soit pas sur le traitement des quantités inconnues, le joueur est tout de même amené à manipuler une donnée inconnue sans pouvoir utiliser la méthode essai-erreur. Ici, les trois conditions de Radford (2014) d'une pensée algébrique sont réunies : présence d'une inconnue (représentée visuellement par la hauteur à atteindre), la dénotation (illustrée par les opérations faites sur les nooms ou les cases à remplir) ainsi que le traitement analytique lorsque le joueur doit généraliser certaines propriétés des opérations par exemple.

Le jeu « Addicub » du site éducatif Échos d'école est très simple, mais aussi très intéressant. Bien que le signe d'égalité soit perçu comme l'annonciateur du résultat d'une addition, les trois conditions de Radford (2014) sont clairement observées dans ce jeu. La présence de l'inconnue est représentée par la valeur numérique des cubes A, B et C. La dénotation est observée lorsque l'élève construit des équations avec les cubes. Le raisonnement analytique est présent lorsque l'élève opère sur les cubes comme s'il s'agissait de valeurs connues (ex. : $A + A + B = 40$ donc $2A + B = 40$). L'élève pourrait, à la limite, procéder par essai-erreur, mais cela lui prendrait parfois trop de temps et il se découragerait. Il aura donc tendance à utiliser son raisonnement analytique pour résoudre les problèmes.

Finalement, les jeux « Calcul croisé » de Pepit, « Chemin codé » d'Échos d'école et « Carré magique » et « Pyramides d'addition » de Logiciel éducatif sont très similaires par le type de tâches proposées et les conditions de Radford (2014) atteintes par leur exécution. La présence de l'indéterminée est symbolisée par les cases vides à remplir. L'élève doit déduire les opérations à effectuer, soient des additions et des soustractions sur ces inconnues afin de compléter les termes manquants (dénotation). Dans les niveaux plus avancés du jeu « Calcul croisé », les 4 opérations sont utilisées dans la grille de base. L'élève est donc amené à utiliser également les multiplications et les divisions afin de compléter la grille. En ce qui concerne l'analycité, il est difficile d'affirmer hors de tout doute que cette condition est respectée. Tout dépend de la façon dont l'élève résout le problème. Étant donné qu'il est possible pour lui de le faire adéquatement par essai-erreur sans utiliser de raisonnement analytique, la condition d'analycité ne sera pas accordée à ces jeux. Ils seront tout de même retenus pour la banque d'outils puisqu'ils permettent d'aborder la présence d'une inconnue et d'opérer sur elle afin de résoudre des problèmes. En ce qui concerne le signe d'égalité, il est utilisé comme l'annonciateur d'un résultat dans « Calcul croisé » et « Pyramides d'addition » et peut être perçu comme un élément présentant une relation d'équivalence dans « Chemin codé » et « Carré magique » puisque la somme de chaque ligne, colonne ou chemin est équivalente.

3.7 Compilation finale des ressources qui feront partie de la banque d'outils

La question de recherche de cet essai était : « « Quels sont les outils, les activités, les situations et les jeux interactifs en ligne qui ont le potentiel de contribuer au développement de la pensée algébrique des enfants du primaire, mais qui a priori n'ont pas nécessairement cette vocation? »? » Un examen approfondi des ressources recensées lors de la collecte de données a été fait avec les grilles d'analyse. À la suite de ce travail exhaustif, une analyse des résultats a été présentée afin de justifier le choix de conserver ou de rejeter chacune des ressources étudiées. Le tableau 3 représente donc ces jeux, sites Internet ou applications qui feront partie de la banque d'outils puisqu'ils ont démontré avoir le potentiel de développer la pensée algébrique précoce. Le site Internet https://jeuxalgebriquesprimaire.weebly.com/ a été créé afin de présenter ces résultats. Afin d'aider les élèves à cibler des ressources adaptées à leur niveau, le site Internet propose une section appropriée pour chaque cycle du primaire.

Tableau 3. Liste finale des ressources sélectionnées pour la banque d'outils

Conservées pour le site Internet	Rejetées
<u>Applications</u> *DragonBox Number* *DragonBox Algebra* 5+ *SolveMe Mobiles* *Hands-On Equations 1-2-3* TakaSéries (version application) **<u>Sites internet/jeux en ligne</u>** **Pepit** - Calcul mental–suite à compléter (2-3e année) - Contenances inégales à trouver - Calcul croisé **Échos d'école** - Défi suites CE - Défi suites CM - Addicub - Chemin Codé **Logiciel éducatif** - Suite irrégulière de nombres - Carré magique - Pyramides d'addition **Lulu le lutin malin** - Qui manque? - Guirlande de fleurs - Le bon rythme ***Aquamath 3 – LearnAlberta*** - Régularités répétitives - Régularités croissantes et décroissantes ***MathFrog/abcya.com*** - Étude de régularités 2/*Moon Rock Pattern* - *Pattern Generator* - Étude de régularité/*Fuzz Bugs* - Étude de régularités 1/*Town Creator* - *Number Patterns* - Suites savantes - *Shape Patterns* **Ixl** - section *patterns* - section *patterns and sequences (grades 4-5-6)* **TakaSéries** (version site Internet)	***SplashMath/SplashLearn*** **ITooch 5th Grade** **Pepit** - Balance-plateaux à équilibrer - Masses et tares ***Hands-On Number Balance***

CINQUIÈME CHAPITRE. DISCUSSION

Cette section consiste en une discussion des résultats obtenus à la suite de l'analyse des ressources recensées et de la publication du site Internet. Les thèmes suivants seront abordés : la valeur pédagogique et didactique de la banque d'outils, les bonifications à apporter à la grille d'analyse, l'évaluation de la banque d'outils et la diffusion des résultats.

1. VALEUR PÉDAGOGIQUE ET DIDACTIQUE DE LA BANQUE D'OUTILS

La problématique de cette recherche a exposé les difficultés importantes vécues par les élèves du secondaire lors du passage du mode de pensée arithmétique à algébrique. Comme mentionné préalablement, les erreurs et les difficultés rencontrées dans l'apprentissage de l'algèbre proviennent majoritairement d'une faible maîtrise des règles de base, d'une conception erronée de la relation d'égalité, du manque de recours aux généralisations, d'une mauvaise compréhension des trucs mathématiques ou autres. L'objectif de recherche était de répertorier une banque d'outils mathématiques en ligne à l'intention des enfants du niveau primaire permettant de développer des compétences mathématiques en algèbre par des activités ludiques de généralisation et de manipulation afin de faciliter la transition vers les apprentissages mathématiques du secondaire. Cette banque d'outils doit comprendre des activités, des situations, des applications ou des jeux interactifs en ligne qui ont démontré le potentiel de contribuer au développement de la pensée algébrique des enfants du primaire. Il est maintenant temps de discuter de l'apport pédagogique et didactique de la banque d'outils qui a été créée.

1.1 Apport pédagogique et didactique de la banque d'outils

Ce répertoire de ressources sera proposé de façon optionnelle aux enseignants et aux parents qui souhaitent encourager le développement de la pensée algébrique des enfants. Il pourra donc être utilisé à titre de complément à l'enseignement en classe ou dans un contexte hors classe. À l'exception des activités sur les suites non numériques à motifs répétés ou croissants, les ressources retenues dans le tableau 3 (Liste finale des ressources sélectionnées pour la banque d'outils) ont été sélectionnées parce qu'elles répondaient aux conditions de Radford (2014). Les sites Internet et les applications qui satisfont ces trois conditions, soit l'indéterminée, la dénotation et l'analycité, démontrent ainsi automatiquement leur potentiel à développer la pensée algébrique chez les enfants qui joueront à ces jeux pendant une certaine période. Quant aux ressources sélectionnées qui répondent à seulement deux des trois conditions de Radford (ex.: suites non numériques), si elles ont été retenues, c'est parce qu'elles ont su soit démontrer leur potentiel algébrique. Ces ressources ciblent le 1er ou le 2^{e} cycle du primaire. Pour ces niveaux, il est plus rare de voir la présence de l'analycité puisque cette dernière implique un niveau de difficulté supérieur plus difficile à intégrer avec les petits. Ces activités sont toutefois de belles portes d'entrée au développement de la pensée algébrique puisqu'il y a présence d'une inconnue (nombre, forme, variable, paramètre, etc.) identifiée de différentes façons, que ce soit avec le code alphanumérique, le langage naturel, les gestes ou les signes non conventionnels (Radford, 2014).

En classe, qu'elles soient utilisées pour introduire de nouveaux apprentissages, pour consolider certaines notions mathématiques ou pour des activités enrichissement, les ressources présentées dans la banque d'outils permettent de travailler les concepts des généralisations, les relations entre les quantités, les situations problèmes ou les problèmes déconnectés et la relation d'équivalence. Il est donc possible de travailler des concepts attitrés au primaire tout en favorisant le développement de la pensée algébrique des enfants. Par exemple, selon la Progression des apprentissages du MELS présenté en 2009, à la fin du troisième cycle du primaire, les élèves doivent être en mesure de déterminer des équivalences numériques à l'aide de relations entre les quatre opérations, la commutativité de l'addition et de la multiplication, l'associativité et la distributivité de la multiplication sur l'addition ou la soustraction. Afin d'amener ses élèves à maîtriser ce concept, un enseignant pourrait recourir à la banque d'outils puisque la distributivité ou la commutativité sont travaillées dans les jeux et applications suivantes : *SolveMe Mobiles*, les jeux de suites numériques, les activités de relation d'équivalence, *DragonBox Number* et les activités de recherches d'inconnue. Dans un autre ordre d'idée, la manipulation d'expressions et la résolution d'équations présentes dans *SolveMe Mobiles*, les activités de relation d'équivalence, *DragonBox Algebra* et les jeux de recherche d'inconnue permettent également d'aborder certains concepts de la Progression des apprentissages tels que les équivalences numériques et la relation d'égalité. Ceci n'était que deux exemples d'éléments qui travaillent à la fois des concepts et processus visés par la Progression des apprentissages et par le développement de la pensée algébrique.

1.2 Avantages de l'utilisation de la banque d'outils en contexte d'enseignement

En classe lors d'apprentissages ou à la maison à titre de devoir ou d'activité supplémentaire, l'utilisation de la banque d'outils apporte un soutien très intéressant en contexte d'enseignement. Tout d'abord, il est important de considérer que les enseignants du primaire obtiennent une formation multidisciplinaire, donc ils ne sont pas des spécialistes de chacune des matières qu'ils enseignent. Bien qu'ils aient un accès à une éducation adéquate en didactique de l'arithmétique, de la géométrie et de la pensée mathématique, ils n'ont pas de spécialisation en algèbre. Cette dernière est généralement réservée pour les enseignants du secondaire. Donc, si on adhère au courant *Early Algebra* et que l'on désire que les enfants du primaire développent leur pensée algébrique dès le primaire, il est important de fournir aux enseignants des ressources adéquates qu'ils pourront utiliser sans tracas. C'est pourquoi le site Internet créé est si pertinent. Il présente une banque de ressources ayant déjà démontré leur potentiel algébrique dans le cadre d'une recherche rigoureuse, donc cela ne nécessite aucun travail de planification ni d'analyse de la part des enseignants. Toutefois, si l'enseignant désire pousser un peu plus loin, il est également possible de réutiliser certaines activités en classe pour favoriser le développement de la pensée algébrique des élèves et ainsi travailler l'analycité, par exemple, lorsque cette condition n'est pas atteinte.

Dans la présentation du contexte de cette étude, les grandes difficultés vécues en algèbre par les étudiants au BASS ont été mentionnées. L'Université de Sherbrooke est la seule université qui offre un cours sur le développement de la pensée algébrique dans la formation initiale des enseignants en adaptation scolaire. Il pourrait donc être très utile d'utiliser la banque d'outils dans le cadre de ce cours afin de fournir des exemples concrets de matériel didactique portant sur les généralisations, la relation d'équivalence et les représentations entre les quantités. Un travail d'analyse des différentes ressources proposées dans le site Internet permettrait de pousser la réflexion et la compréhension de la pensée algébrique des étudiants. Et qui sait, peut-être cela s’avérerait tout aussi intéressant dans la formation initiale des étudiants au BEPP ou comme objet de formation continue des enseignants du primaire.

1.3 Exemples de bonifications pour augmenter le potentiel de la banque d’outils

Les ressources sélectionnées n’avaient pas a priori la vocation de développer la pensée algébrique. Avec l’analyse avec la grille, plusieurs d’entre elles ont démontré qu’elles répondent aux trois conditions de Radford (2014) et, conséquemment, qu’elles détiennent un excellent potentiel algébrique. Toutefois, il pourrait certainement être pertinent de pousser la réflexion des élèves un peu plus loin et introduisant des activités en lien avec ces jeux en classe. En voici quelques exemples.

En ce qui concerne les suites numériques, l’analycité peut être observée dans *Aquamath3-LearnAlberta* et *ilx* lorsqu’on demande à un élève de prédire un terme en fonction de son rang ou l’inverse. En utilisant son raisonnement analytique, il va donc découvrir la généralité à appliquer plutôt que d’utiliser le comptage position par position. Dans les autres jeux, la troisième condition de Radford (2014), l’analycité, est moins présente. Afin de l’intégrer, l’enseignant pourrait présenter le jeu en classe et questionner les élèves au-delà de l’objectif du jeu. « Combien de pétales y aurait-il si j’avais 87 fleurs? », « Combien de fleurs correspondent à 210 pétales? », « Que se passe-t-il d’une fleur à l’autre? » sont des exemples de questions qui amènent les élèves à pousser leur raisonnement, à écouter les réflexions des autres et surtout à « faire comme si » la variable était un nombre afin de résoudre le problème.

Dans leur analyse de la suite de jeux *DragonBox*, les auteurs Venant et Migneault (2017) proposent aux enseignants de compléter le travail implicite fait dans le jeu par un travail explicite dans la classe afin de transférer les connaissances construites dans l'univers virtuel vers celui des mathématiques. Un enseignant peut projeter le jeu sur son tableau interactif et jouer devant les élèves en transposant explicitement les situations du jeu en situation mathématiques. Dans *DragonBox Algebra,* « Par exemple, elle [l'enseignante] reprend d'abord la sémiotique de la pioche, avec des flèches pour indiquer des glissements de nombres de part et d'autre de l'égalité, avant de passer à un formalisme plus classique. » (Venant et Migneault, 2017, p. 52) Dans *DragonBox Numbers,* les auteurs proposent de travailler la conception relationnelle de l'égalité dans la zone libre du jeu en exploitant la représentation en échelle puisque les *nooms* ne se combinent pas, mais se juxtaposent. Il est donc possible de travailler les représentations de l'addition (ex. : 10+10=8+?=6+?) ou la soustraction (ex. : 8=6+2=2+2+2+2). La latitude offerte par la zone de jeux libres permet de travailler aussi la généralisation de certaines propriétés de l'addition, des régularités numériques ou les notions de diviseurs et multiples (Venant et Migneault, 2017). « Par exemple, créer un jeu de puzzle à résoudre au tableau, dans lequel élèves et enseignant construisent conjointement les nombres nécessaires à partir de contraintes imposes, comme « tu n'as le droit d'utiliser que des 2 et des 3 », permettrait d'objectiver au sens de Radford (2011) les propriétés de l'addition que le jeu induit de façon intuitive. » (Venant et Migneault, 2017, p. 47)

Bref, en sélectionnant n'importe quelle application ou n'importe quel jeu de la banque d'outils, il est possible de réutiliser les activités des jeux en les plongeant dans un contexte purement scolaire. Ainsi, la pensée algébrique développée intuitivement dans le jeu est également supportée d'une logique mathématique et permet ainsi une explication des connaissances construites au sein du jeu. De plus, tout comme Squalli (2002) mentionnait qu'il est possible de viser le développement de la pensée algébrique chez les élèves du primaire en partant d'activités mathématiques déjà utilisées en classe, il est également possible de le faire en réorientant graduellement certaines activités de la banque d'outils vers le développement d'un raisonnement analytique.

2. BONIFICATION DE LA GRILLE D'ANALYSE

La grille d'analyse qui a été créée dans le cadre de cet essai a été fort utile pour l'évaluation des ressources recensées. Son utilisation, quant à elle, n'a pas été toujours été évidente. Entre autres, il était parfois difficile et ardu d'identifier l'atteinte des conditions de Radford (2014) pour chacune des sous-tâches. D'emblée, il aurait été intéressant de se pencher sur la présence de ces conditions de façon générale, mais elle ne se serait pas nécessairement appliquée pour toutes les sous-tâches associées.

À ce stade-ci du projet, une rétrospection quant à l'utilisation de la grille permet de mettre en lumières certains aspects qui pourraient être améliorés en vue d'analyses futures exécutées lors de la pérennité de ce projet ou dans le cadre d'autres projets. En effet, certaines adaptations mèneraient à une utilisation plus conviviale et à des résultats plus simplifiés. La grille d'analyse bonifiée présentée en annexe C apporte les ajustements suivants :

- Dans la 1re partie de la grille : insérer une section présentant des images représentatives du jeu

- Dans la 2e partie de la grille, préciser l'identification de la 4e colonne intitulée « Concepts mathématiques spécifiques » en demandant d'ajouter des exemples concrets du jeu

- Ajouter une section finale attribuant la mention « oui » ou « non » à la question « Est-ce que cette ressource permet de développer la pensée algébrique? » en précisant l'atteinte de trois conditions de Radford (2014) de façon globale

- Prévoir ensuite un espace pour les commentaires généraux

Finalement, l'une des recommandations serait de compléter une grille d'analyse pour chacune des ressources à analyser, et ce, même si certaines d'entre elles semblent très similaires au niveau des tâches demandées à l'élève et des concepts mathématiques visés. Bien que le travail d'analyse entraîné par cet ajustement serait beaucoup plus exhaustif, cela permettrait d'empêcher la généralisation de sous-tâches et de concepts mathématiques généraux et spécifiques. De cette façon, il ne serait pas nécessaire d'apporter des précisions et de spécifier les différences entre les ressources dans la colonne « commentaires ».

3. PÉRIODE D'ESSAI ET ÉVALUATION DE L'UTILISATION DE LA BANQUE D'OUTILS

L'étape de la période d'essai de la banque d'outils ainsi que l'évaluation de ses retombées sur le développement de la pensée algébrique des enfants du primaire surviennent dans un moment bien particulier de notre histoire, alors que les écoles et toutes les entreprises ont été fermées et graduellement rouvertes à cause de la pandémie de la Covid-19. La reprise des cours à quelques semaines de la fin de l'année scolaire amène tous les acteurs du domaine de l'éducation à agir dans l'urgence et dans un objectif d'efficacité optimale. L'accent est mis sur l'enseignement des savoirs essentiels en vue du passage des élèves au prochain niveau. Les enseignants sont en mode adaptation, voire survie. Il ne s'agit donc pas d'un moment approprié pour les solliciter afin de tester du nouveau matériel pédagogique. Les parents, quant à eux, sont submergés d'informations venant de l'école, les enseignants, la direction et la commission scolaire. Malheureusement, étant donné ce contexte hors du commun, la banque d'outils n'a pu être testée ni en classe ni à la maison. De plus, la mise en ligne du site Internet est si récente qu'aucune rétroaction n'a encore été déposée par les utilisateurs dans la section « Évaluation du projet » sur le site. Pour cette raison, une deuxième grille d'évaluation présentée préalablement (tableau 1.2) a été soumise à deux enseignants de mathématiques du secondaire, qui sont également parents d'enfants fréquentant l'école primaire, afin de récolter leurs impressions par rapport à la banque d'outils. Leurs commentaires sont présentés en annexes D et E. Brièvement, les deux enseignants s'entendent sur les points suivants :

- Le site Internet est très facile d'utilisation.

- Les sites, jeux et applications proposés aux élèves du 1er, 2e et 3e cycle sont adaptés à leur niveau.

- La plupart des outils retenus permettent de développer la pensée algébrique chez les enfants du primaire en travaillant la relation d'équivalence, les généralisations, la relation entre les quantités ou la résolution de problème. L'ordre et la complexité entre les niveaux semblent appréciés. Selon l'un des répondants, les activités font une distinction très importante entre un problème de généralisation et une situation de résolution de problème. De plus, le type de problème favorise le développement de la Progression des apprentissages et met en évidence les éléments d'analyse.

- Les jeux qui permettent le plus de développer la pensée algébrique selon les répondants sont *SolveMe Mobiles* (retenu par les 2 répondants), Échos d'école, Chemin Codé et *MathFrog*.

- La ressource est pertinente pour développer la pensée algébrique. Les activités ludiques ne présentent pas l'algèbre comme étant l'utilisation d'une « lettre ».

- Les deux répondant recommanderaient certainement la banque d'outils pour des élèves du primaire.

Nous pouvons donc conclure, à l'aide de ces rétroactions, que la banque d'outils créée est pertinente, facile d'utilisation et qu'elle détient un bon potentiel auprès des élèves du primaire afin de favoriser le développement de la pensée algébrique.

4. DIFFUSION DES RÉSULTATS

L'étape cruciale de la conception de cet objet pédagogique consiste en sa diffusion. Les résultats des recherches ne doivent pas seulement être disponibles; ils ont avantage à être transmis le plus possible sur le terrain. Selon Huberman (1998), il faut encourager les véritables interactions, voire une synergie, entre les chercheurs et les praticiens. Donc, dans le cadre de cette étude, non seulement la banque d'outils a été mise en ligne, mais sa diffusion s'effectuera de différentes façons qui seront choisies parmi les suivantes : par voie électronique pour l'ensemble des enseignants du primaire de la CSRS en septembre prochain (possibilité d'approcher d'autres commissions scolaires si la réponse est positive), diffusion via le regroupement d'enseignants Facebook « Les maths autrement », communication par affiche scientifique (Annexe F) lors du congrès du GRMS, soumission d'un article scientifique et présentation du projet sous forme d'atelier lors de l'événement annuel « Complices pédagogiques » de la CSRS qui vise à présenter des nouveautés pédagogiques aux enseignants de la commission scolaire, autant au niveau primaire que secondaire.

CONCLUSION

À la suite de la présentation de la problématique reliée aux nombreuses erreurs et difficultés vécues par les élèves du secondaire lors de l'apprentissage de l'algèbre, cette recherche de type qualitative descriptive avait pour but créer une banque d'outils en ligne qui, sans nécessairement avoir a priori une vocation mathématique, ont le potentiel de contribuer au développement de la pensée algébrique des enfants du primaire. À la suite de la recension et de l'analyse approfondie d'un grand nombre de ressources, cette banque d'outils a été créée et mise en ligne afin de permettre aux enseignants et aux parents intéressés d'introduire l'algèbre sous forme de jeux aux enfants du primaire, soit bien avant qu'elle ne leur soit enseignée concrètement au secondaire.

L'une des retombées envisagées pour cette recherche est la potentielle mobilisation des parents qui désirent faciliter la transition vers les apprentissages mathématiques du secondaire, mais qui se sentent démunis dans l'aide qu'ils peuvent apporter en mathématiques. La création du répertoire disponible gratuitement et son accessibilité en ligne pourra encourager ces derniers à s'impliquer davantage dans le parcours scolaire de leur enfant. De plus, en intégrant certains aspects de l'algèbre de façon ludique dès le primaire, il en découlera une certaine « démystification » de l'algèbre. En effet, la plupart des élèves ont une conception négative, voire une crainte, de l'algèbre avant même d'avoir été placés devant un problème nécessitant son utilisation. L'utilisation de la banque d'outils amènera les élèves à l'aborder avec plus d'ouverture. Cet outil pourra aider les élèves à développer des perceptions positives, un engagement plus marqué, une plus grande motivation et un sentiment de compétence à l'égard de l'algèbre. Bref, la transition vers les apprentissages mathématiques du secondaire s'en verra facilitée. Considérant que chaque site, application ou jeu a été soumis à une évaluation rigoureuse afin d'évaluer son potentiel algébrique, une autre retombée pertinente consiste en la présence d'une ressource fiable, facilement accessible et supportée par des repères théoriques afin de soutenir le développement de la pensée algébrique.

Pour conclure, certaines limites de l'étude sont à considérer. Au niveau de l'intégrité scientifique, bien qu'exhaustive, la recension des écrits pourrait certainement être encore plus approfondie. Il aurait été pertinent de recenser d'autres grilles d'analyse préalablement construites afin de s'y référer et de comparer les éléments pris en compte. Une autre limite de l'étude concerne l'évaluation de l'impact de l'utilisation de l'outil sur le développement de la pensée algébrique. Malheureusement, il sera difficile de mesurer la portée éducative de l'objet de cet essai considérant que les retombées au niveau de l'apprentissage de l'algèbre ne se manifesteront que plusieurs mois ou années plus tard. De plus, au niveau de la pérennité du projet, il faudra s'assurer de garder la banque d'outils à jour de façon régulière en fonction des nouveaux jeux et nouvelles applications se présentant sur le marché. Cela représentera un défi, car l'offre en ligne est très grande et en constant changement. Finalement, bien que l'outil soit gratuit et valide et que l'information soit amplement diffusée, il existe tout de même une interrogation sur l'intérêt qui y sera porté par les enseignants et parents et sur l'ampleur de l'utilisation qui en découlera. En espérant que la majorité d'entre eux perçoivent la pertinence de la banque d'outils créée et que cette dernière réponde à un besoin dans la communauté professionnelle. Si tel est le cas, les élèves s'en trouveront les grands gagnants et cet essai pourra confirmer sa « mission accomplie ».

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Adihou, A., Squalli, H., Saboya, M., Tremblay, M et Lapointe, A. (2015). *Analyse des raisonnements d'élèves à travers des résolutions de problèmes de comparaison : actes du colloque de l'Espace mathématique francophone (EMF)* (p. 206-219). Alger, Algérie : Université d'Alger.

Adihou, A. et Marchand, P. (2014). Les trucs en classe de mathématiques : quand et pourquoi? *Math-école, 221*, 35-40.

Arcavi, A., Friedlander, A. et Hershkowitz, R. (1989). L'algèbre avant la lettre. *Petit X*, 24, 61-71.

Bednarz, N. et Dufour-Janvier (1996). Emergence and development of Algebra as a problem solving tool : continuities and discontinuities with arithmetic. Dans N. Bednarz, C. Kieran et L. Lee (dir), *Approches to algebra : perspectives for reserach and teaching* (p. 115-136). Dordrecht, Pays-Bas : Kluwer.

Bednarz, N. et Dufour-Janvier (1992). *L'enseignement de l'algèbre au secondaire : une caractérisation du scénario actuel et des problèmes qu'il pose aux élèves : actes du colloque international Didactique des mathématiques, formation normale des enseignants* (p. 21-40). Marrakech, Maroc : École normale supérieure.

Bronner, A (2019). Analyse d'une séquence basée sur des problèmes de généralisation pour l'entrée dans l'algèbre : Apport d'une analyse praxéologique. *Educação Matemàtica Pesquisa. 21*(4),278-297. Repéré à https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/42586

Brousseau, G. (2011). La théorie des situations didactiques en mathématiques. *Éducation et didactique, 5*, 101-104. Repéré à http://journals.openedition.org/educationdidactique/1005

Carraher, D.W. et Schliemann, A.D. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. Dans F.K. Lester (dir.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics* (p. 707-762). Greenwich, Angleterre: Information Age Publishing.

Chevrier, J. (2004). La spécification de la problématique. Dans B. Gauthier (2004). *Recherche sociale: de la problématique à la collecte de données* (p. 51-84). Sainte-Foy, Canada : Presses de l'Université du Québec.

Class, B. et Schneider, D.K. (2015, 25 avril). *Objectifs et questions de recherche.* Repéré à http://edutechwiki.unige.ch/fmediawiki/index.php?oldid=46023

Deslandes, R. (1999). Une visée partenariale dans les relations entre l'école et les familles : complémentarité de trois cadres conceptuels. *La revue internationale de l'éducation familiale, 3*(1 et 2), 30-47. Repéré à https://docplayer.fr/3281335-Une-visee-partenariale-dans-les-relations-entre-l-ecole-et-les-familles-complementarite-de-trois-cadres-conceptuels-1-par.html

Demonty, I., Fagnant, A. et Vlassis, J. (2015). *Le développement de la pensée algébrique : quelles différences entre les raisonnements mis en place par les élèves avant et après l'introduction de l'algèbre : actes du colloque de l'Espace mathématique francophone (EMF)* (p. 265-279). Alger, Algérie : Université d'Alger.

Dieudonné, J. (1955). L'abstraction en mathématiques et l'évolution de l'algèbre. Dans J. Piaget, E.W. Beth, J. Dieudonné, A. Lichnerowicz, G. Choquet et C. Gattegno, *L'enseignement des mathématiques* (p. 47-61). Neuchâtel, France : Delachaux & Niestlé.

Fadiaba, P. M. (2018). *Mise à l'épreuve d'une situation d'apprentissage favorisant le passage d'un mode de résolution arithmétique à un mode de résolution algébrique des élèves du premier cycle du secondaire à la formation générale des adultes.* Essai de maîtrise en éducation, Université de Sherbrooke, Canada.

Fortin, M.-F. et Gagnon, J. (2015). *Fondements et étapes du processus de recherche, méthodes quantitatives et qualitatives* (3e éd.). Montréal, Canada : Chenelière Éducation. (Ouvrage original publié en 2006)

Gaudreau, L. (2011). *Guide pratique pour créer et évaluer une recherche scientifique en éducation.* Montréal, Canada : Guérin Éditeur

Gauthier, B. et Bourgeois, I, (dir.) (2016). *Recherche sociale: de la problématique à la collecte de données* (6e éd.). Sainte-Foy, Canada : Presses de l'Université du Québec.

Grugeon-Allys, B. et Pilet, J. (2017). Quelles connaissances et quels raisonnements en arithmétique favorisent l'entrée dans l'algèbre? *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation, 20*(3), 106-130.

Haye, T. et Bronner, A. (2020). Outils d'analyse pour l'utilisation de jeux visant les apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. *Grand N, 105*(1), 39-64.

Huberman, M. (1998). Vers un partage inéluctable de la recherche en éducation. *Pédagogies, 12*, 69-76.

Jeanotte, D. (2005). *L'interprétation de la lettre et des erreurs commises en algèbre par des élèves du secondaire d'aujourd'hui et ceux de la fin des années 70 : une étude comparative*. (Mémoire de maîtrise). Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Canada.

Karsenti, T. (2015). *Apprendre avec les technologies, ça motive! 25 conseils pour accroître la persévérance scolaire par l'usage des technologies.* Repéré à http://www.karsenti.ca/25perseverance.pdf

Kieran, C. (1991). Une approche aidante pour faire la transition avec l'algèbre. *Bulletin de l'association mathématique du Québec, 5*(2), 25-28.

Lefebvre, J. (1992). Qu'est l'algèbre devenue? *Bulletin de l'association mathématique du Québec, 4*(1), 27-32.

Marchand, P. et Bednarz, N. (1999). L'enseignement de l'algèbre au secondaire : une analyse des problèmes présentés aux élèves. *Bulletin de l'association mathématique du Québec, 39*(4), 30-42.

Marchand, P. et Bednarz, N. (2000). Développement de l'algèbre dans un contexte de résolution de problèmes. *Bulletin de l'association mathématique du Québec, 40*(4), 15-24.

Gouvernement de l'Ontario (2008). *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 3e année du primaire : modélisation et algèbre*. Ontario, Canada : Ministère de l'Éducation.

Gouvernement du Québec. (2003). *Programme de formation de l'école québécoise : Enseignement secondaire, premier cycle.* Québec, Canada : Ministère de l'Éducation.

Gouvernement du Québec. (2016) *Progression des apprentissages au secondaire : mathématiques*. Québec, Canada : Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur.

Oliveira, I., Rhéaume, S. et Geerts, F. (2017). Apprentissage de l'algèbre : procédures et difficultés rencontrées lors de la résolution de problèmes. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation*, *20*(3), 156–180. Repéré à https://doi.org/10.7202/1055732ar

Provencher, A. et Vincent, S. (2004). *La résolution de problèmes algébriques : un parcours complexe pour les élèves de 3e secondaire : actes du colloque du Groupe des didacticiens des mathématiques du Québec* (p. 372-386). Québec, Canada : Université Laval.

Radford, L. (2014). The progressive development of early embodied algebraic thinging. *Mathematics Educational Research Journal, 26*(2), 257-277.

Sauvé, L., Renaud, L. et Gauvin, M. (2007). Une analyse des écrits sur les impacts du jeu sur l'apprentissage. *Revue des sciences de l'éducation, 33*, 89-107.

Savoie-Zajc, L. (2004). La recherche qualitative/interprétative en éducation. Dans Chapitre 6. In Karsenti, T. et Savoie-Zajc, L. (dir.). *La recherche en éducation : étapes et approches* (p. 123-139). Sherbrooke, Canada : Éditions du CRP.

Schliemann, A. D., Carraher, D. W., et Brizuela, B. M. (2012). Algebra in elementary school. Dans J.-L. Dorier et A. Robert (dir.), *Enseignement de l'algèbre élémentaire, Bilan et perspectives.* Paris, France : Éditions La Pensée Sauvage.

Schmidt, S. (1996). La résolution de problèmes, un lieu privilégié pour une articulation fructueuse entre arithmétique et algèbre. *Revue des sciences de l'éducation*, *22*(2), 277-294.

Schmidt, S. et Bednarz, N. (1997). Raisonnements arithmétiques algébriques dans un contexte de résolution de problèmes : difficultés rencontrées par les futurs enseignants. *Educational Studies in Mathematics, 32*(2), 127-155.

Squalli, H. (2000). *Une reconceptu alisation du curriculum d'algèbre dans l'éducation de base* (Thèse de doctorat inédite), Université Laval, Québec, Canada.

Squalli, H. (2002). Le développement de la pensée algébrique à l'école primaire : un exemple de raisonnement à l'aide de concepts mathématiques. *Instantanés mathématiques,* 39, 4-13.

Squalli, H. (2006). Le développement de la pensée algébrique avant la notation algébrique conventionnelle : une analyse épistémologique. *LINHAS* (article publié en portugais dans la revue des sciences de l'éducation LIHAS : Université de Brasilia), n.d.

Squalli, H. (2015). La généralisation algébrique : une analyse phénoménologique. *Revue marocaine de didactique des mathématiques, 2*, 20-27. Repéré à http://geo-top.org/journal/index.php/RMDM/article/view/43

Squalli, H., Dumont, M. et Tanguay, M. (2002). L'analogie : un moyen heuristique efficace, mais avec des effets pervers. *Envol, 120*, 19-22.

Theis, L. (2005). L'apprentissage du signe = : un obstacle cognitif important. *For the learning of mathematics, 25*(3), 7-12.

Usiskin, Z. (1999). Conceptions of School Algebra adn Uses of Variables. Dans *Algebraic Thinking, Grades K–12: Readings from NCTM's School-Based Journals and Other Publications* (7–13). Reston, États-Unis : Barbara Moses.

Venant, F. et Migneault, P. (2017). Développer la pensée algébrique en jouant? Représentations et manipulations dans Dragon Box. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation,* 20(3), 33-55.

Villani, C. et Torossian, C. (2018). 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques. Repéré https://cache.media.education.gouv.fr/file/Fevrier/19/0/Rapport_Villani_Torossian_21_mesures_pour_enseignement_des_mathematiques_896190.pdf

Vlassis, J., Demonty, I. et Squalli, H. (2017). Développer la pensée algébrique à travers une activité de généralisation basée sue des motifs (*patterns*) figuratifs. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation*, 20(3), 131-155.

ANNEXE A. QUESTIONNAIRE POUR COLLECTE DE DONNÉES

Publication du 15 mai 2019 sur la page Facebook du regroupement « Les Maths Autrement » et contenu du courriel envoyé à certains enseignants ciblés :

> Bonjour! Je sollicite votre aide!
>
> Dans le cadre de l'élaboration de mon essai de maîtrise, je désire analyser des jeux en ligne et des applications qui ont un potentiel au niveau du développement de la pensée algébrique, surtout pour des enfants du primaire et du premier cycle du secondaire.
>
> À titre d'enseignants et de parents, connaissez-vous des jeux qui vous semblent détenir ce potentiel ou qui requièrent des habiletés de généralisation? Ils n'ont pas nécessairement besoin d'avoir une "vocation" mathématique à la base.
>
> Votre aide me sera très utile et je vous partagerai certainement mes résultats lorsque mon essai sera terminé.
>
> Merci beaucoup!
>
> Julie Ainsley
> Enseignante de mathématique et enseignante ressource
> École secondaire du Triolet
> (819) 822-5388 poste 11651

ANNEXE B. GRILLE D'ANALYSE

NOM DE LA RESSOURCE :	
Description générale	**Tâches demandées à l'élève**
	Concepts mathématiques visés

Description des tâches à réaliser	Sous-tâches associées	Conditions atteintes (Radford)	Concepts mathématiques	Commentaires
☐ **Généralisation liée aux activités de motifs *(patterns)* numériques et géométriques**	☐ Classification et ordre d'objets par grosseur, nombre ou autre propriété	☐ Indéterminée ☐ Dénotation ☐ Analycité		
	☐ Passage d'un mode de représentation à l'autre	☐ Indéterminée ☐ Dénotation ☐ Analycité		
	☐ Description, généralisation et prédiction d'une séquence de *patterns* (sons, formes, suite numérique, etc.)	☐ Indéterminée ☐ Dénotation ☐ Analycité	☐ Induction naïve ☐ Généralisation arithmétique	
	☐ Analyse de la façon dont les *patterns* répétitifs ou croissants sont générés	☐ Indéterminée ☐ Dénotation ☐ Analycité	☐ Généralisation algébrique	

	☐ Généralisation liée aux propriétés des opérations et structures numériques	☐ Indéterminée ☐ Dénotation ☐ Analycité		
☐ **Représentation des relations entre les quantités**	☐ Symbolique	☐ Indéterminée ☐ Dénotation ☐ Analycité		
	☐ Picturale			
	☐ Textuelle			
	☐ Verbale			
☐ **Résolution de problèmes arithmétiques ou déconnectés**	☐ Domaine numérique	☐ Indéterminée ☐ Dénotation ☐ Analycité		
	☐ Domaine des grandeurs			
	☐ Problèmes déconnectés			
☐ **Relation d'équivalence**	☐ Statut d'équivalence du signe d'égalité	☐ Indéterminée ☐ Dénotation ☐ Analycité		
	☐ Généralisation des propriétés des opérations et de la distributivité	☐ Indéterminée ☐ Dénotation ☐ Analycité		

ANNEXE C. GRILLE D'ANALYSE BONIFIÉE

NOM DE LA RESSOURCE :	
Description générale	**Tâches demandées à l'élève**
Images représentatives du jeu	**Concepts mathématiques visés**

Description des tâches à réaliser	**Sous-tâches associées**	**Conditions atteintes (Radford)**	**Concepts mathématiques spécifiques avec exemples concrets du jeu**	**Commentaires**
☐ **Généralisation liée aux activités de motifs *(patterns)* numériques et géométriques**	☐ Classification et ordre d'objets par grosseur, nombre ou autre propriété	☐ Indéterminée ☐ Dénotation ☐ Analycité		
	☐ Passage d'un mode de représentation à l'autre	☐ Indéterminée ☐ Dénotation ☐ Analycité		
	☐ Description, généralisation et prédiction d'une séquence de *patterns* (sons, formes, suite numérique, etc.)	☐ Indéterminée ☐ Dénotation ☐ Analycité	☐ Induction naïve ☐ Généralisation arithmétique	
	☐ Analyse de la façon dont les *patterns* répétitifs ou croissants sont générés	☐ Indéterminée ☐ Dénotation ☐ Analycité	☐ Généralisation algébrique	

	☐ Généralisation liée aux propriétés des opérations et structures numériques	☐ Indéterminée ☐ Dénotation ☐ Analycité		
☐ Représentation des relations entre les quantités	☐ Symbolique	☐ Indéterminée ☐ Dénotation ☐ Analycité		
	☐ Picturale			
	☐ Textuelle			
	☐ Verbale			
☐ Résolution de problèmes arithmétiques ou déconnectés	☐ Domaine numérique	☐ Indéterminée ☐ Dénotation ☐ Analycité		
	☐ Domaine des grandeurs			
	☐ Problèmes déconnectés			
☐ Relation d'équivalence	☐ Statut d'équivalence du signe d'égalité	☐ Indéterminée ☐ Dénotation ☐ Analycité		
	☐ Généralisation des propriétés des opérations et de la distributivité	☐ Indéterminée ☐ Dénotation ☐ Analycité		

Est-ce que cette ressource permet de développer la pensée algébrique? Oui ☐ Non ☐

Conditions de Radford atteintes :

Indéterminée ☐ Dénotation ☐ Analycité ☐

Commentaires : ____

____

ANNEXE D. GRILLE D'ÉVALUATION DE LA BANQUE D'OUTILS (RÉPONDANT 1)

jeuxalgebriquesprimaire.weebly.com

Questions	Types de réponse
Quelle est votre fonction?	Enseignante de mathématiques de 2e secondaire, enseignante ressource au 1er cycle et mère de 3 enfants fréquentant l'école primaire
Comment qualifiez-vous l'*utilisation* de la ressource?	☐ Très facile d'utilisation ☐ Facile d'utilisation ☐ Peu convivial ☐ Très difficile de s'y retrouver
Est-ce que vous jugez que les activités proposées pour les élèves du 1er cycle sont adaptées à leur niveau? Justifiez au besoin.	☐ Très adaptées à leur niveau ☐ Plutôt adaptées à leur niveau ☐ Trop faciles ou trop difficiles ☐ Inadaptées Justification :
Est-ce que vous jugez que les activités proposées pour les élèves du 2er cycle sont adaptées à leur niveau? Justifiez au besoin.	☐ Très adaptées à leur niveau ☐ Plutôt adaptées à leur niveau ☐ Trop faciles ou trop difficiles ☐ Inadaptées Justification : Il y en a des plus difficiles ou avec des niveaux de difficulté qui permettent d'adapter l'activité et de la mettre plus difficile.

Est-ce que vous jugez que les activités proposées pour les élèves du 3er cycle sont adaptées à leur niveau? Justifiez au besoin.	☐ Très adaptées à leur niveau ☐ Plutôt adaptées à leur niveau ☐ Trop faciles ou trop difficiles ☐ Inadaptées Justification :
Considérez-vous que les outils retenus permettent de développer la pensée algébrique chez les enfants du primaire en travaillant la relation d'équivalence, les généralisations, la relation entre les quantités ou la résolution de problème?	☐ Oui, la plupart des activités semblent atteindre cet objectif ☐ Oui, certaines activités semblent atteindre cet objectif ☐ Non, peu d'activités semblent atteindre cet objectif ☐ Non, aucune activité n'atteint cet objectif Justification :
Quel(s) jeu(x) selon vous permet le plus de développer la pensée algébrique?	Réponse : J'ai bien aimé Échos d'école, Chemin codé, *MathFrog* et *SolveMe Mobiles*.
Croyez-vous en la pertinence de cette ressource?	Réponse : Oui, développer la pensée algébrique par des activités ludiques est très important.
L'utiliseriez-vous avec vos élèves ou la recommanderiez-vous pour des élèves du primaire?	Réponse : Oui, certainement!

ANNEXE E. GRILLE D'ÉVALUATION DE LA BANQUE D'OUTILS (RÉPONDANT 2)

jeuxalgebriquesprimaire.weebly.com

Questions	Types de réponse
Quelle est votre fonction?	Enseignant de mathématiques du 2e cycle du secondaire, chargé de cours à l'université en didactique des mathématiques et père de 3 enfants fréquentant l'école primaire
Comment qualifiez-vous l'*utilisation* de la ressource?	☐ Très facile d'utilisation ☐ Facile d'utilisation ☐ Peu convivial ☐ Très difficile de s'y retrouver
Est-ce que vous jugez que les activités proposées pour les élèves du 1er cycle sont adaptées à leur niveau? Justifiez au besoin.	☐ Très adaptées à leur niveau ☐ Plutôt adaptées à leur niveau ☐ Trop faciles ou trop difficiles ☐ Inadaptées Justification :
Est-ce que vous jugez que les activités proposées pour les élèves du 2er cycle sont adaptées à leur niveau? Justifiez au besoin.	☐ Très adaptées à leur niveau ☐ Plutôt adaptées à leur niveau ☐ Trop faciles ou trop difficiles ☐ Inadaptées Justification :
Est-ce que vous jugez que les activités proposées pour les élèves du 3er cycle sont adaptées à leur niveau? Justifiez au besoin.	☐ Très adaptées à leur niveau ☐ Plutôt adaptées à leur niveau ☐ Trop faciles ou trop difficiles ☐ Inadaptées

	Justification :
Considérez-vous que les outils retenus permettent de développer la pensée algébrique chez les enfants du primaire en travaillant la relation d'équivalence, les généralisations, la relation entre les quantités ou la résolution de problème?	☐ Oui, la plupart des activités semblent atteindre cet objectif ☐ Oui, certaines activités semblent atteindre cet objectif ☐ Non, peu d'activités semblent atteindre cet objectif ☐ Non, aucune activité n'atteint cet objectif Justification : J'aime beaucoup l'ordre de la complexité entre les niveaux. À mon avis, les activités font une distinction très importante entre un problème de généralisation et une situation de résolution de problème. SUPER! Le type de problème favorise le développement de la PA et met en évidence les éléments d'analyse.
Quel(s) jeu(x) selon vous permet le plus de développer la pensée algébrique?	Réponse : Solve me
Croyez-vous en la pertinence de cette ressource?	Réponse : Oui, la ressource présente bien le fait que l'algèbre ce n'est pas une « lettre ».
L'utiliseriez-vous avec vos élèves ou la recommanderiez-vous pour des élèves du primaire?	Réponse : Certainement!

ANNEXE F. AFFICHE SCIENTIFIQUE